2014年1月21日

第15回

大気環境シミュレーション

まとめ

$$\frac{\partial f}{\partial t}+c\frac{\partial f}{\partial x}-a\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=0$$

・時間：　陽解法か、リープフロッグ法か
・移流項：陽解法＋中央差分⇒無条件不安定
リープフロッグ法＋中央差分⇒CFL条件を満たす条件付き安定
・拡散項：リープフロッグ法＋現在値⇒無条件不安定
リープフロッグ法＋過去値⇒条件付き安定

$$\frac{f_j^{n+1}-f_j^{n-1}}{2\Delta t}+c\frac{-f_{j-1}^{n}+f_{j+1}^{n}}{2\Delta x}-a\frac{f_{j+1}^{n-1}-2f_j^{n-1}+f_{j-1}^{n-1}}{(\Delta x)^2}=0$$

$$f_j^{n+1}=f_j^{n-1}-c\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(f_{j+1}^{n}-f_{j-1}^{n}\right)+a\frac{2\Delta t}{(\Delta x)^2}\left(f_{j+1}^{n-1}-2f_j^{n-1}+f_{j-1}^{n-1}\right)$$

$$f_j^{n+1} = f_j^{n-1} - c\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(f_{j+1}^{n} - f_{j-1}^{n}\right) + a\frac{2\Delta t}{(\Delta x)^2}\left(f_{j+1}^{n-1} - 2f_j^{n-1} + f_{j-1}^{n-1}\right)$$

$$\Delta t = 0.1,\ \Delta x = 0.1$$

$$c = 0.3\ or\ 0.2$$

$$a = 0.01\ or\ 0.005$$

1次元線形移流拡散式_プログラム作成_(2)
のエクセル参照

$$f_j^{n+1} = f_j^{n-1} - c\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(f_{j+1}^{n} - f_{j-1}^{n}\right) + a\frac{2\Delta t}{(\Delta x)^2}\left(f_{j+1}^{n-1} - 2f_j^{n-1} + f_{j-1}^{n-1}\right)$$

(1) $\Delta t = 0.1, \Delta x = 0.1, c = 0.2, a = 0.01$ （○）

(2) $\Delta t = 0.1, \Delta x = 1.0, c = 0.2, a = 0.01$ （×）

(3) $\Delta t = 1.0, \Delta x = 0.1, c = 0.2, a = 0.01$ （×）

(4) $\Delta t = 0.1, \Delta x = 0.1, c = 0.8, a = 0.01$ （○）

(5) $\Delta t = 0.1, \Delta x = 0.1, c = 1.5, a = 0.01$ （×）

(6) $\Delta t = 0.1, \Delta x = 0.1, c = f_j^n, a = 0.01$ （Δ）

宿題: (1)から(6)までの（x、t、振幅）の図を描け
2014年1月20日（月） 午後5時まで
3417室

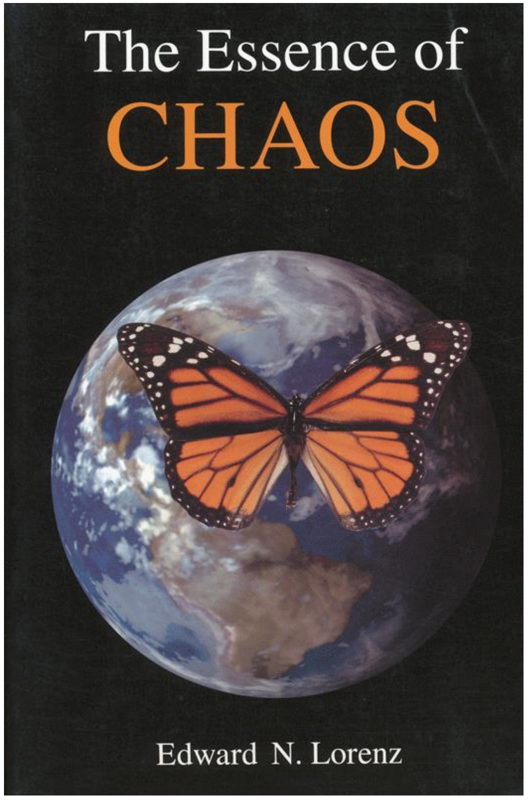
大気のカオス性

- **数値予報の誤差を生む要因**
  - 初期値（観測値）の誤差、コンピューター計算能力の限界（打ち切り誤差）、数値モデルの不完全さ
- **仮に完璧な予報モデルが出来たとしても、誤差の全く含まれない初期値を得ることは現実的でない**

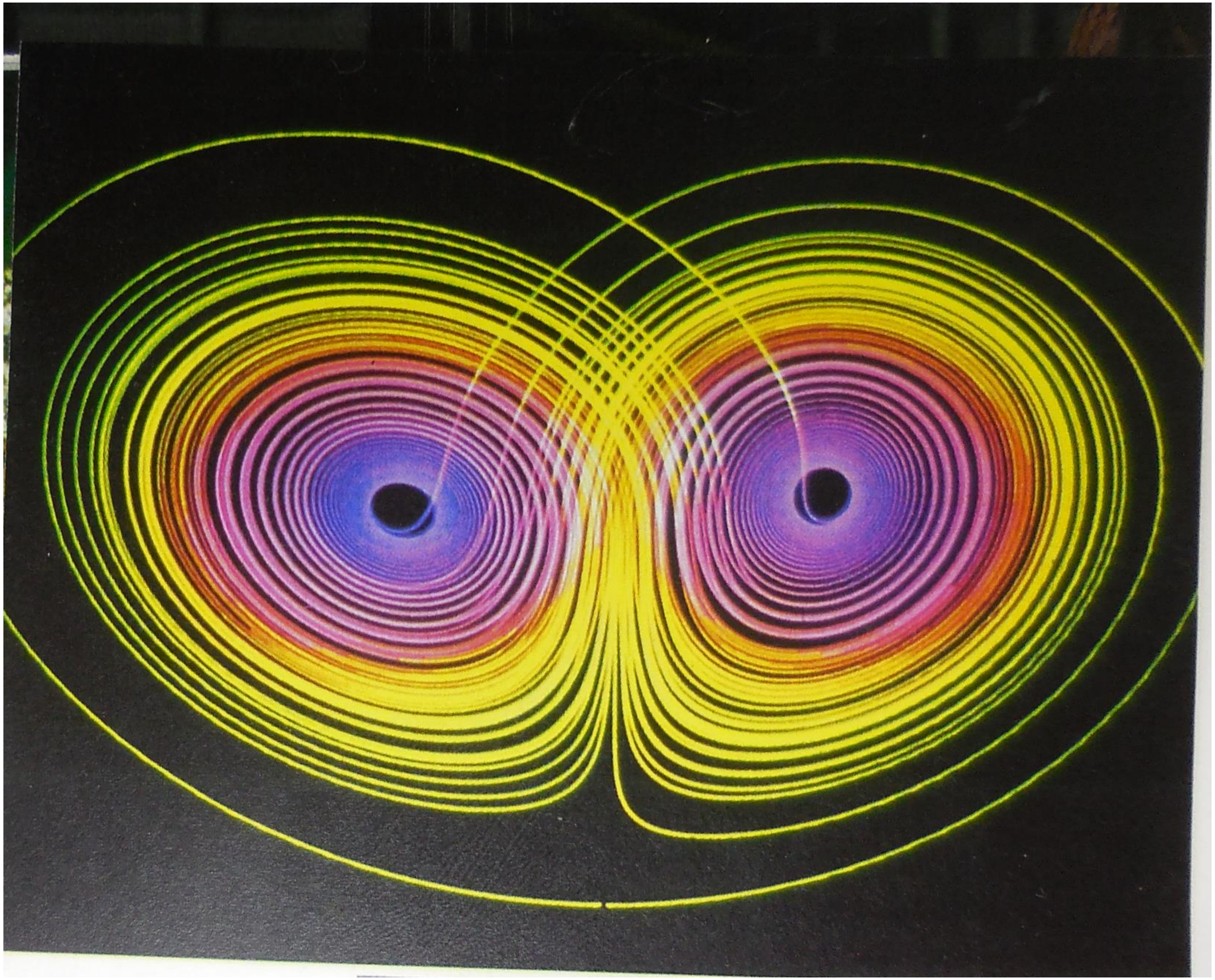
→ **１回の数値予報モデル計算で将来の大気を予報すること（決定論的予報）には限界（予報限界）がある**

カオス

- 1961　気象学者ローレンツにより、簡単化した非線形方程式系のなかにカオス的振舞いをするものがあることが発見
- “Does the flap of a butterfly’s wings in Brazil set off a tornado in Texas?”
 →初期値鋭敏性を「バタフライ効果」とも呼ぶ



ロレンツカオス



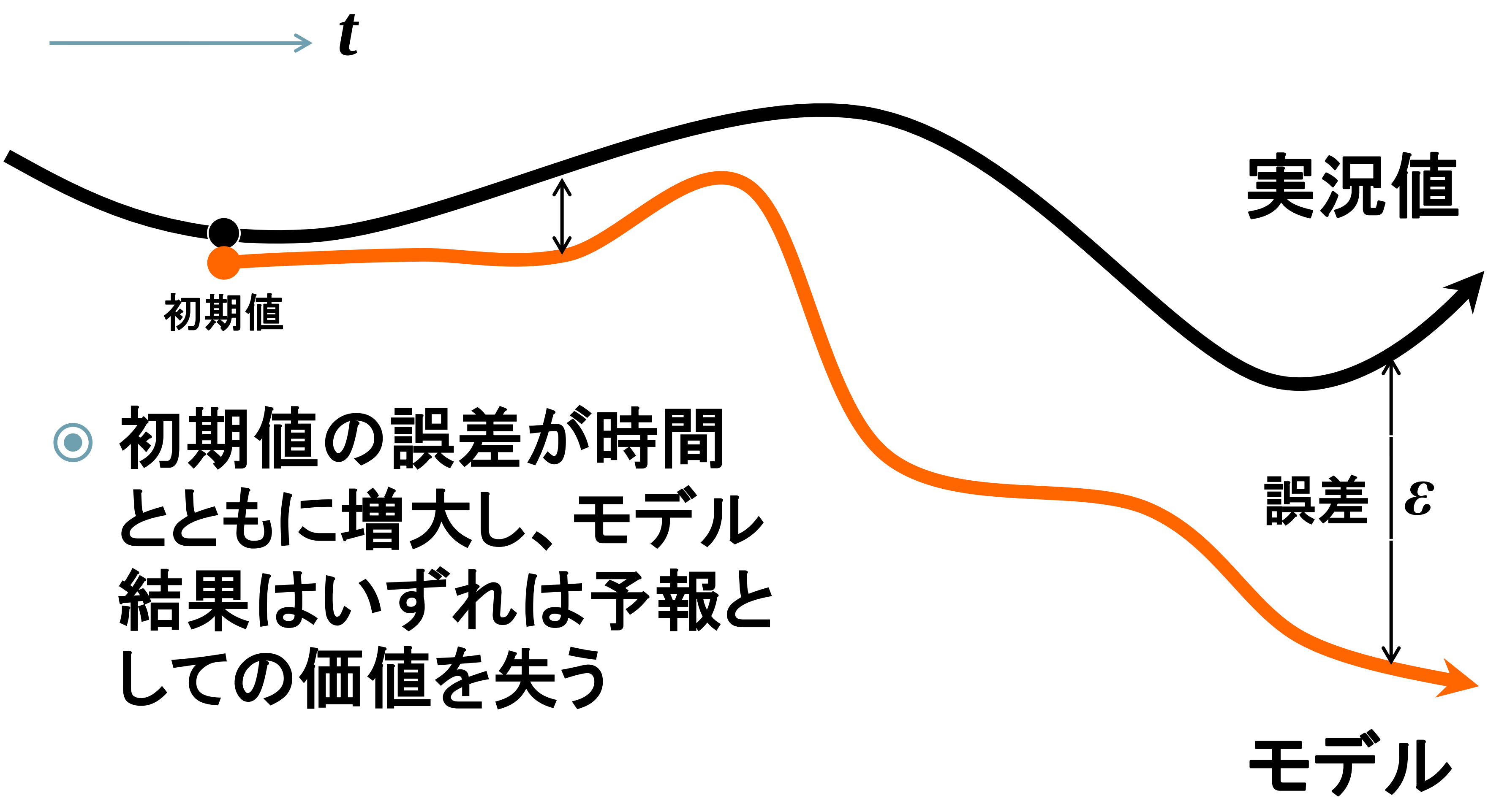
非線形方程式の時間発展では、初期値次第でその後の解の振舞いが大いに変わることが良く知られている。そのため、天気予報などではアンサンブル予報など初期値をさまざま変えてその統計的なもっともらしい予報が使われている。Lorenzの論文はそのきっかけを与えたものといえる。その典型が「バタフライ効果」である。1972年にLorenzがアメリカ科学振興協会でおこなった講演のタイトル『予測可能性-ブラジルでの蝶の羽ばたきはテキサスでトルネードを引き起こすか』に由来する。

インターネットより

これは、ごく小さな擾乱でも別の場所に気候変動など大きく影響を与えるかも知れないということである。バタフライ効果とは、「カオスな系では、初期条件のわずかな差が時間とともに拡大して、結果に大きな違いをもたらす。そしてそれは予測不可能」ということの詩的表現である。その内容から人生観や世界観を語る中で用いられることも多い。例えば、『JIN-仁-』- 2009年秋にTBS系で放映されたテレビドラマで、2013年正月に再放送された。タイムスリップした主人公は自らの行為が先の歴史に与えてしまうであろう影響について葛藤するが、その際のキーワードとして登場する。

インターネットより

決定論的予報

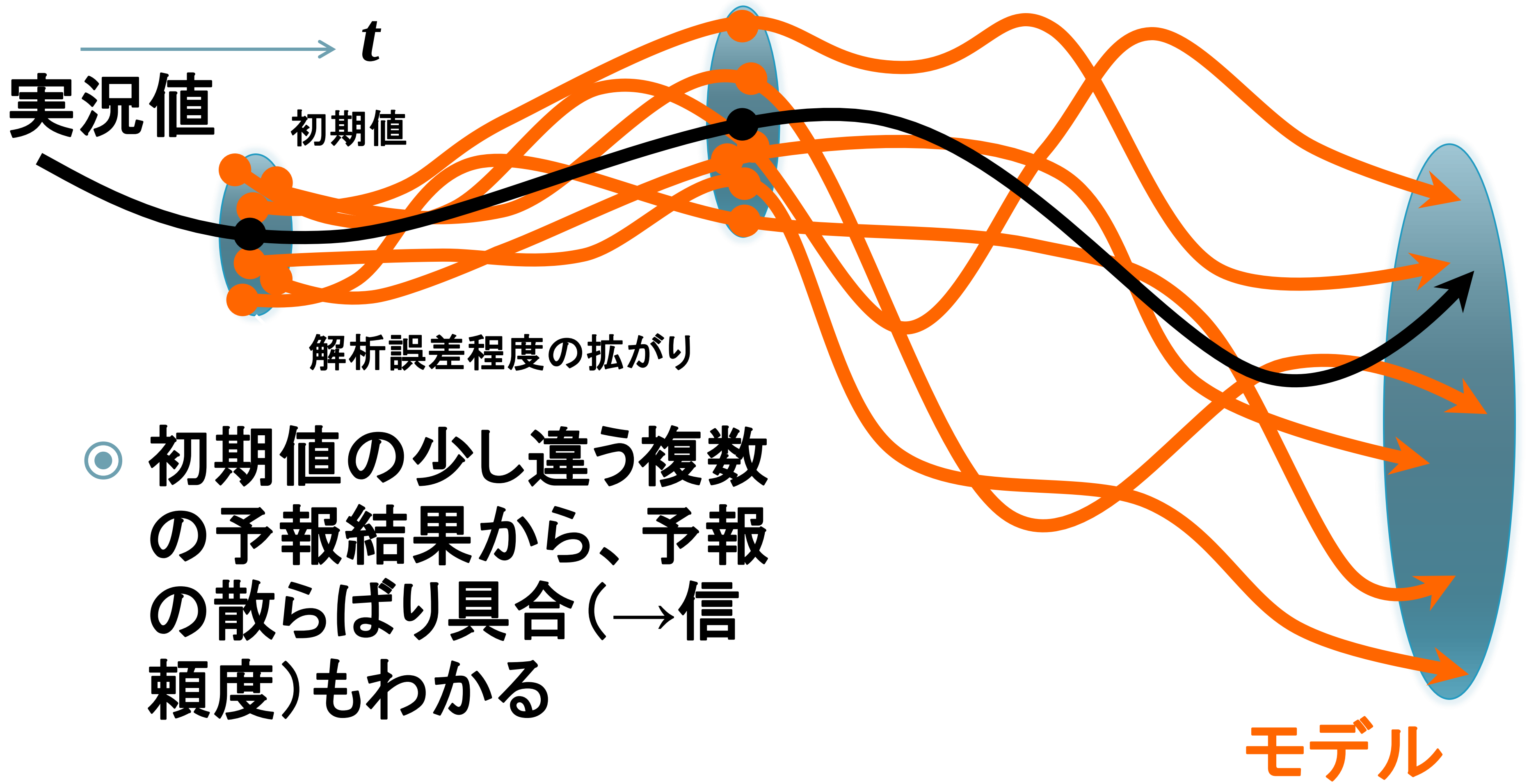


- 初期値の誤差が時間とともに増大し、モデル結果はいずれは予報としての価値を失う

アンサンブル予報

- １つの決定論的予報を実行するのとは違い、微小な違いのある複数の初期値をもとにモデル計算を実行し、それらを統計的に処理して有効な予報結果を導く手法
- 個々の予報（アンサンブルメンバーと呼ばれる）の誤差同士が打ち消し合い、平均的な大気の状態の予報精度が向上する
- 週間、1ヶ月、3ヶ月予報や台風予報などで活用されている

アンサンブル予報



- 初期値の少し違う複数の予報結果から、予報の散らばり具合(→信頼度)もわかる

アンサンブル平均、スプレッド

- アンサンブル平均:
  - 同一の時刻 t における、個々の予報(アンサンブルメンバー)結果の平均

$$\hat{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$\hat{x}$:アンサンブル平均
x_i :個々のモデル予報値
N :メンバー数

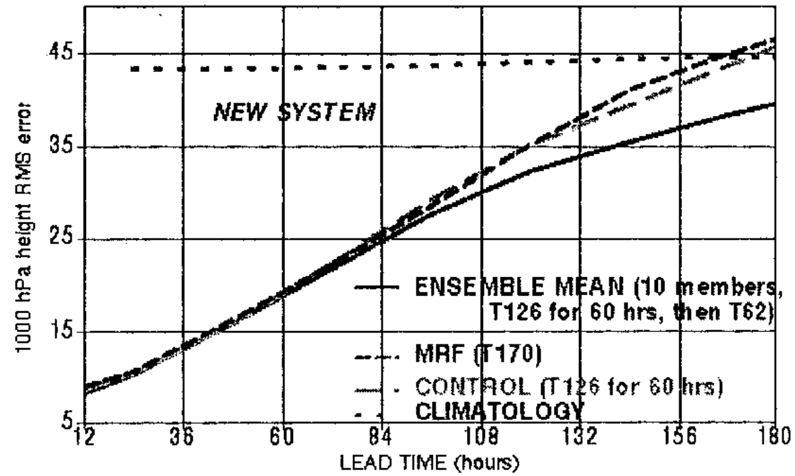
- スプレッド:
  - アンサンブル予報のばらつきを示す量

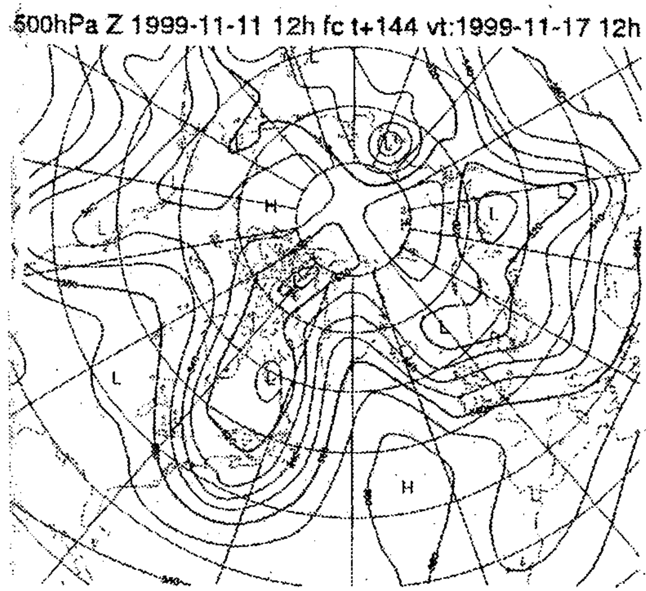
$$s = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \hat{x}\right)^2$$

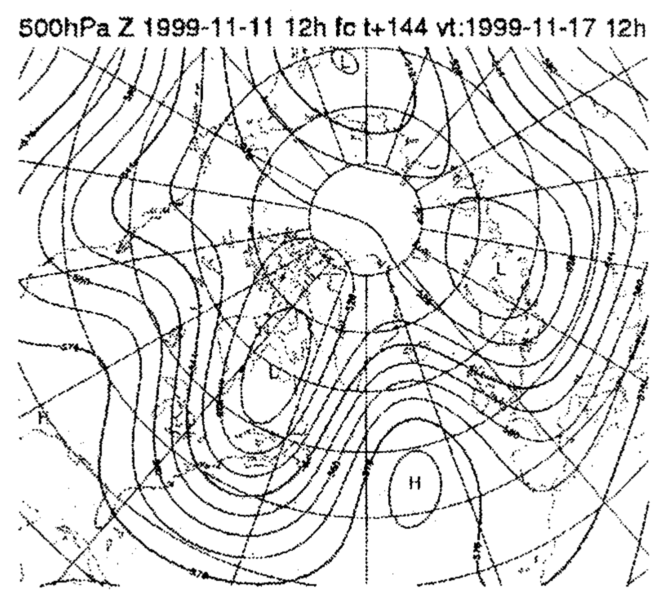
s :スプレッド

アンサンブル平均予報

- 個々の予報値よりも統計的な誤差が小さくなる
- アンサンブル平均の天気図は、物理的意味があるかどうか必ずしも自明でない





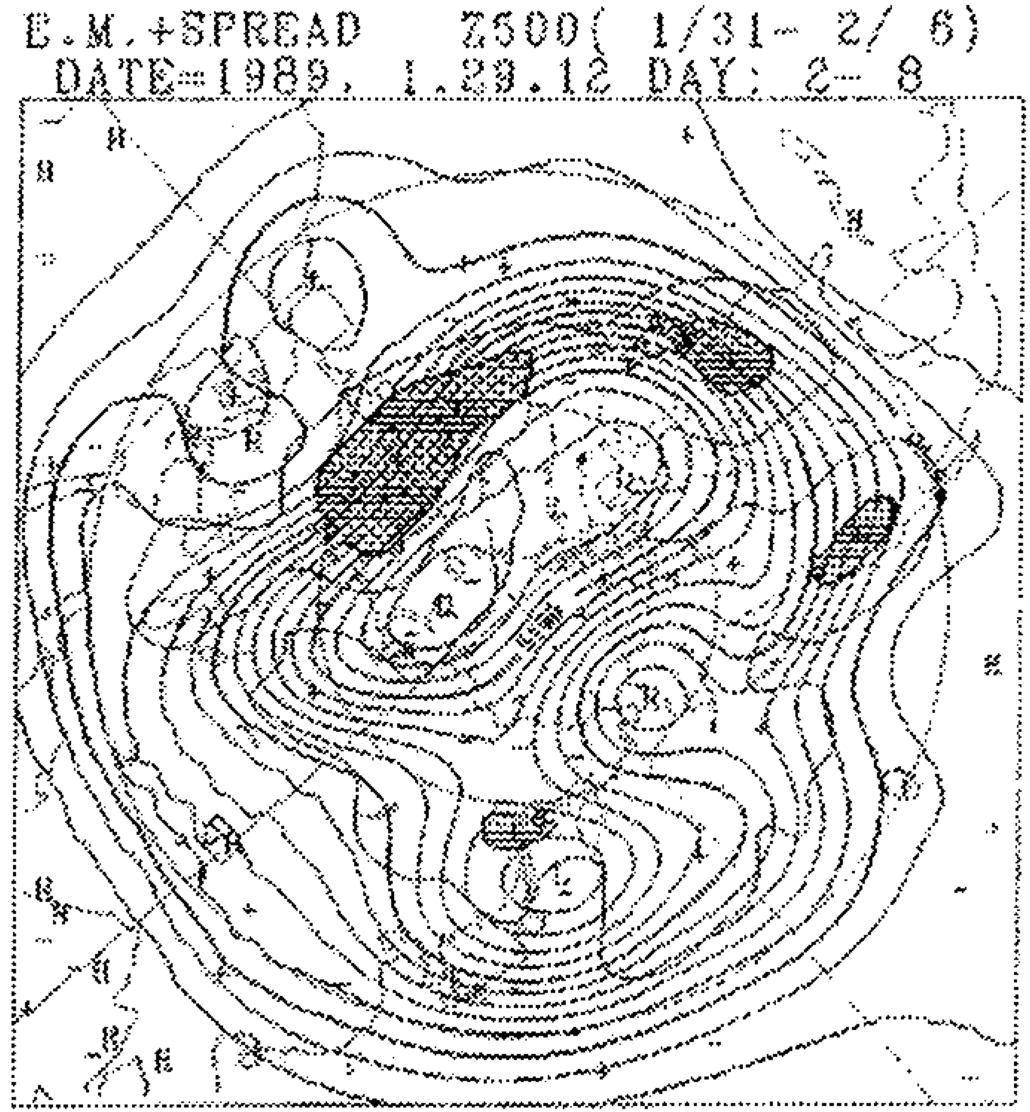


アンサンブル予報

- 初期値の少し違う複数の予報結果から、予報の散らばり具合(→信頼度)もわかる

予報の信頼度

- 一般に、個々の予報の散らばりが大き(スプレッドが大き)ければ、予報の信頼度は低い
- アンサンブル平均にスプレッドを重ねることで、領域ごとの信頼度を示せる



確率予報

1月16日5時

日付		16 月	17 火	18 水	19 木	20 金	21 土	22 日
埼玉県 府県天気予報へ		曇	晴時々曇	晴時々曇	晴時々曇	曇	曇一時雨	曇
降水確率(%)		-/10/10/10	10/10/0/10	20	20	40	50	40
信頼度		/	/	A	A	B	C	C
熊谷	最高(°C)	7	8	11 (8~13)	11 (9~12)	9 (6~11)	7 (5~9)	10 (6~14)
	最低(°C)	/	-2	-1 (-3~0)	0 (-2~2)	-1 (-3~1)	-1 (-2~1)	0 (-1~2)

平年値	降水量の合計	最高最低気温	
		最低気温	最高気温
熊谷	平年並 0 - 6mm	-0.7 °C	9.2 °C

- 例えば、明日の天気を「晴れ」と予報する決定論的予報とは違い、明日の天気が「晴れ」「曇り」「雨」となる確率がそれぞれ70%、20%、10%であるといった形での予報
- 晴れの確率を示すことで、予報の信頼度情報が含まれる
- 天候による被害・利益などの生じる産業界等や気象災害にとっては有用な情報

利用例

- 気象庁では、週間予報やそれより予報期間の長い中・長期予報や台風の進路予測などで、アンサンブル予報の手法が用いられている