

第10回

大気環境シミュレーション

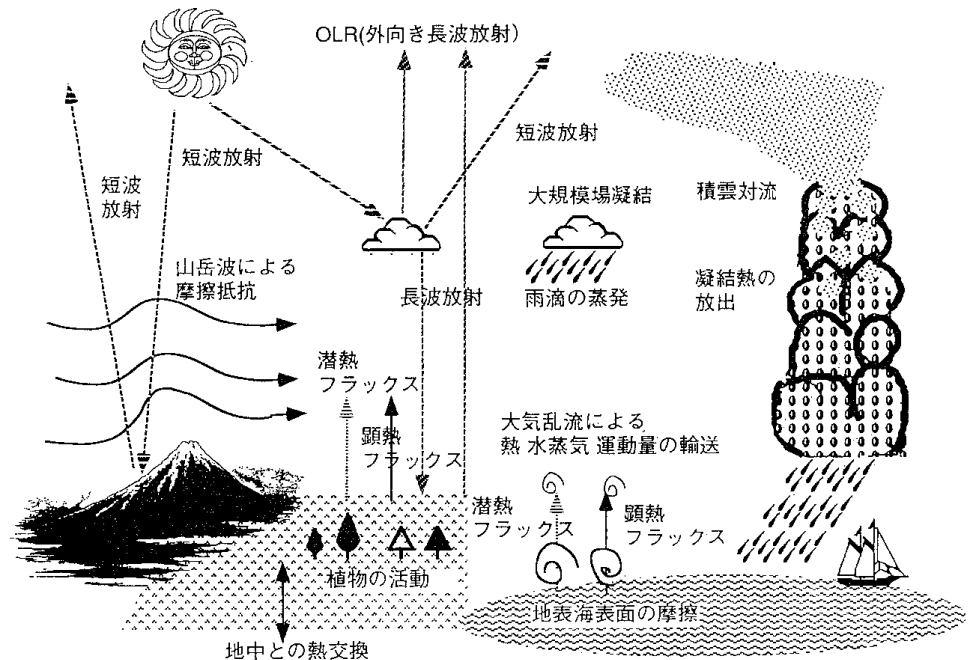
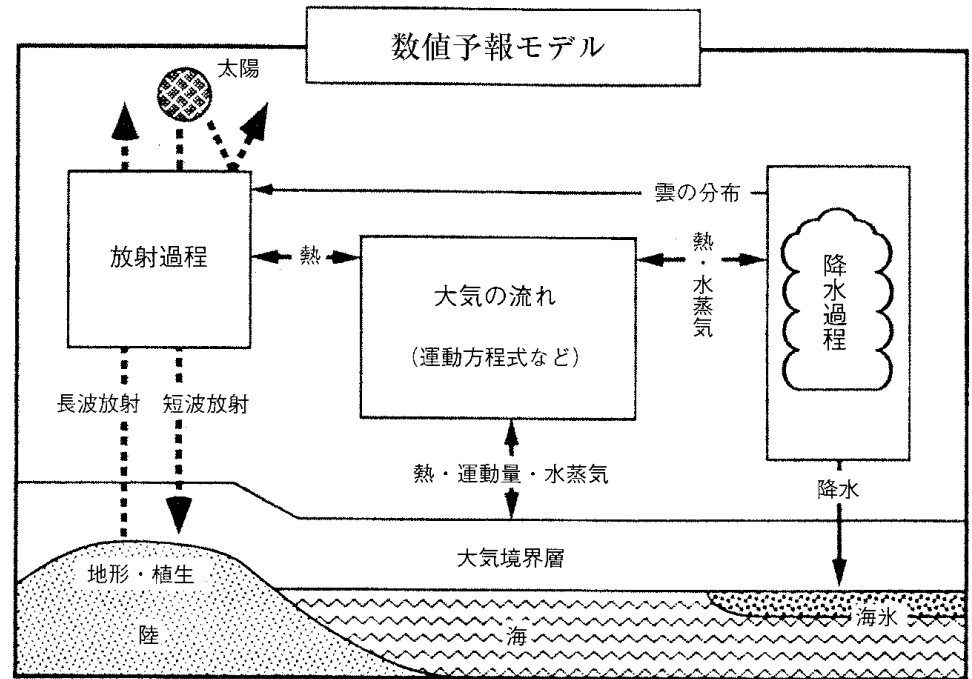
2013年12月10日(火)2時限

数値モデルの発展と高度化

- ◎ 1950 数値予報の成功(順圧準地衡風モデル)
- ◎ 数値モデルの高度化
 - 順圧モデル → 傾圧モデル
 - 準地衡風モデル → プリミティブモデル → 非静力学モデル
- ◎ コンピュータ計算能力の飛躍的進化
 - 高解像度化

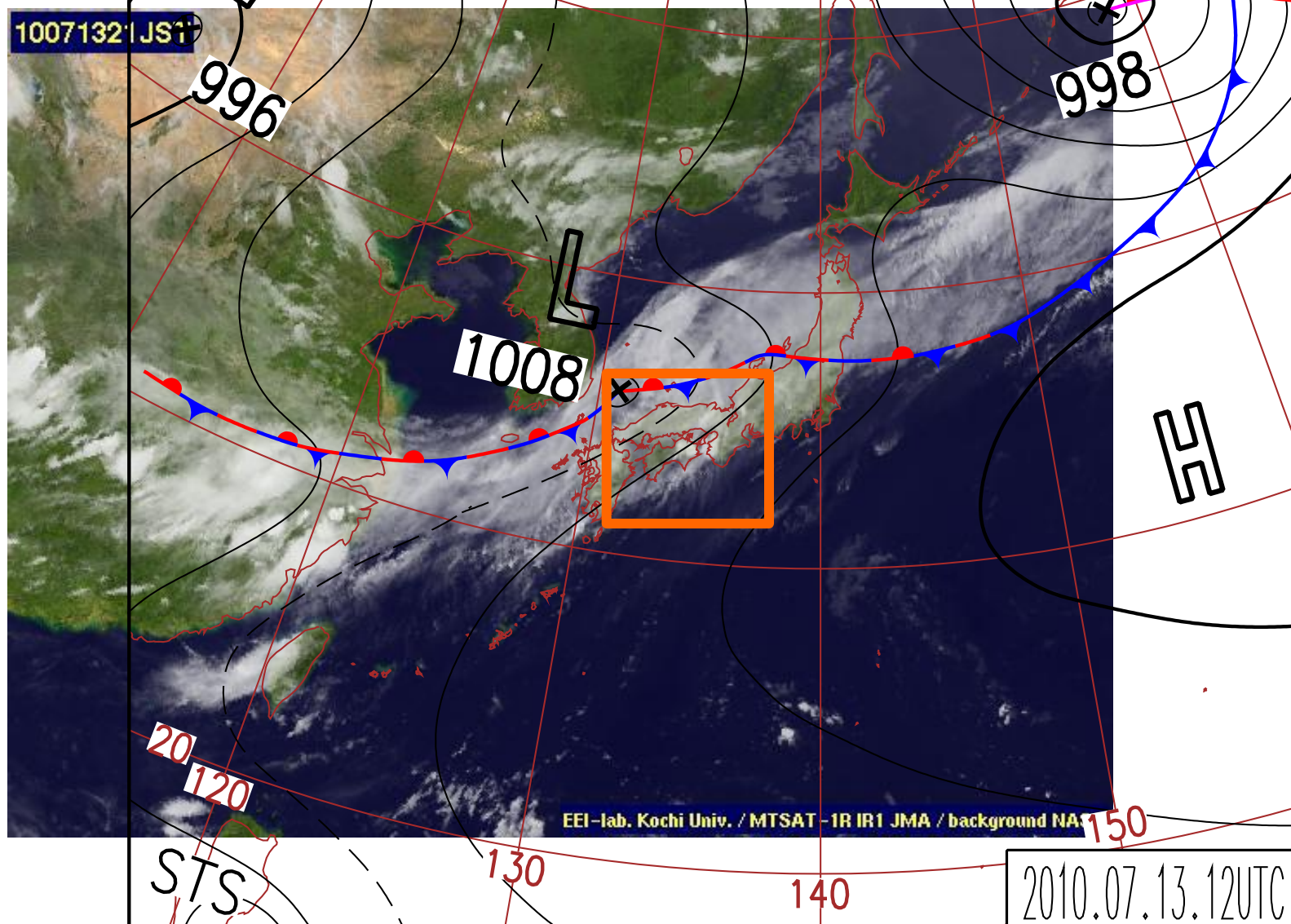
大気に関わる 様々な過程

- ◎ 大気のより正確な表現・予報のためには、大気内外の様々な過程をモデルに適切に取り込むことが必要



2010年7月13日21時(JST)

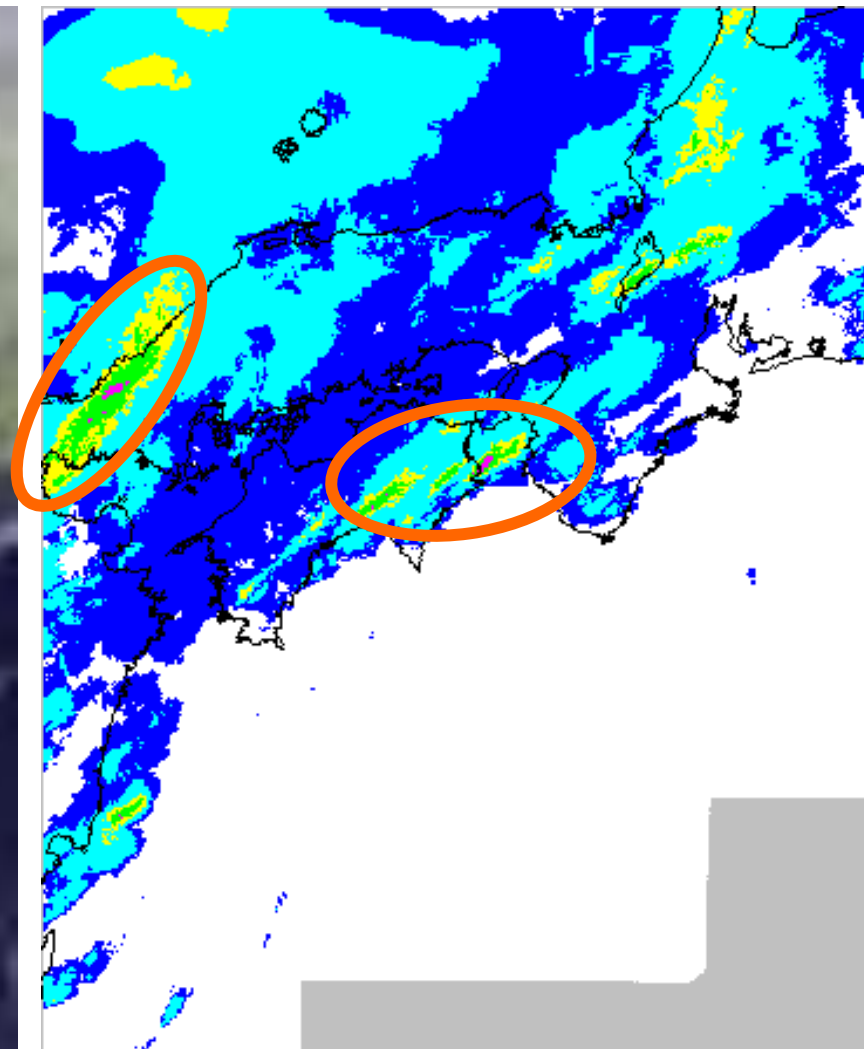
10071321JST



EEI-lab. Kochi Univ. / MTSAT-1R IR1 JMA / background NASA

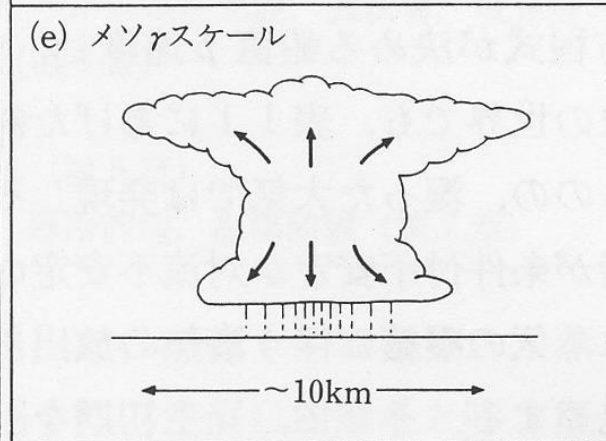
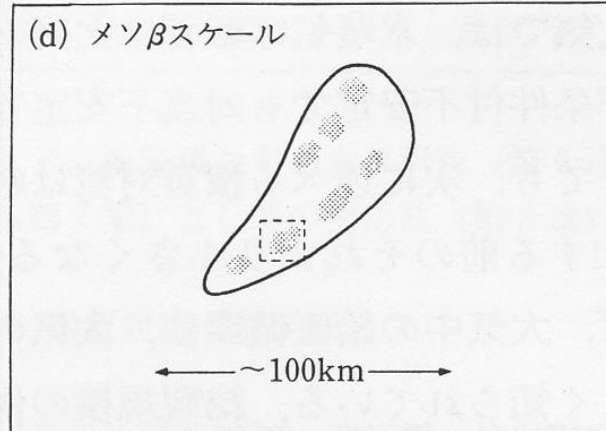
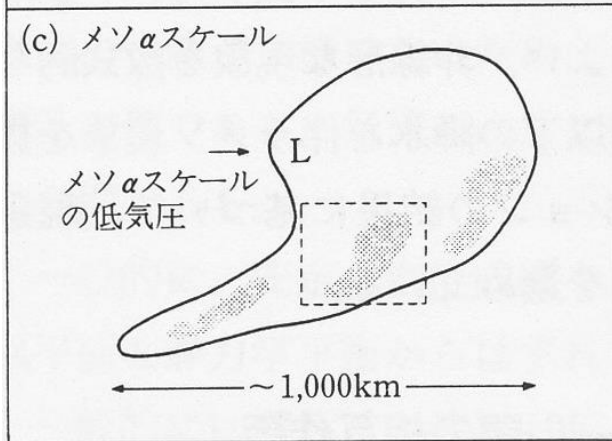
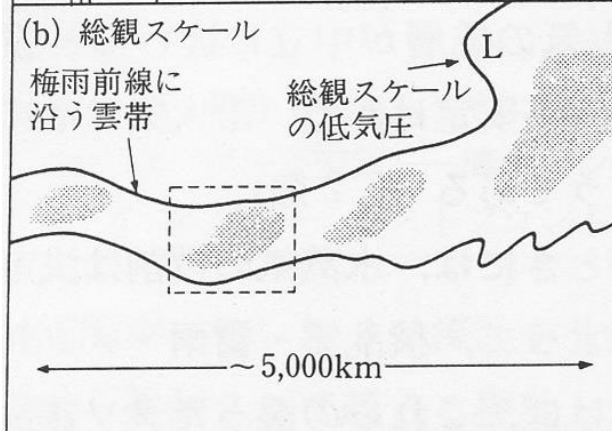
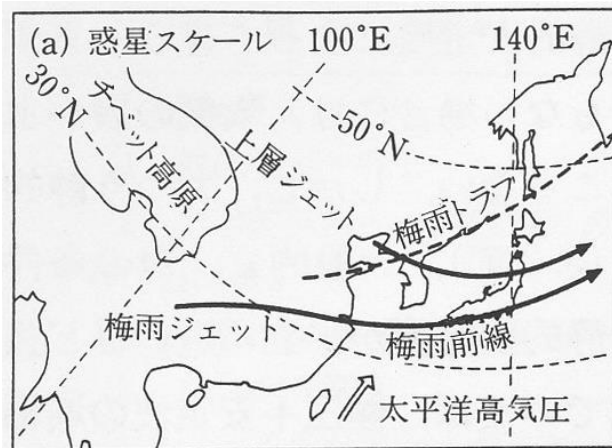
2010.07.13.12UTC

2010年7月13日21時(JST)

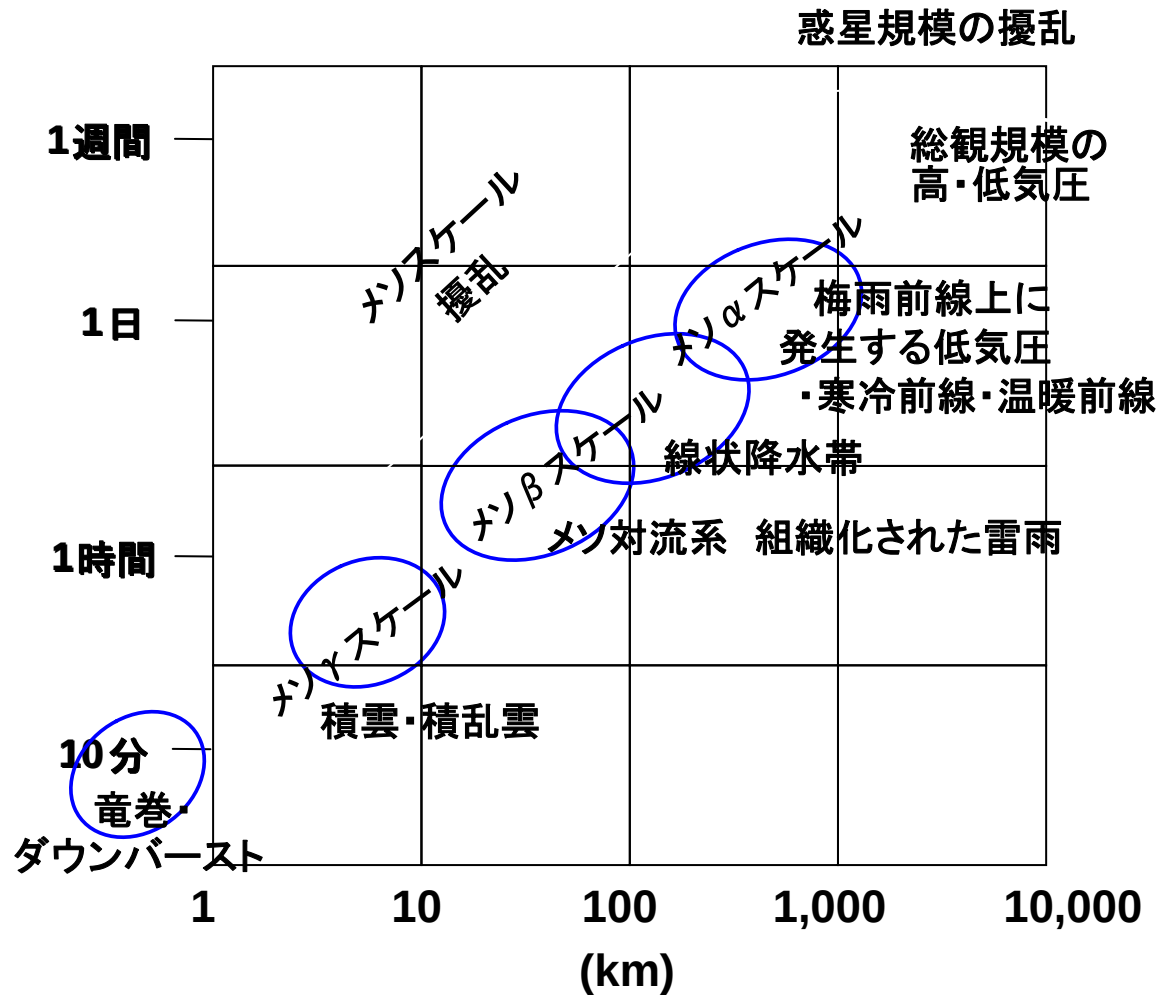


雲の階層構造

- ◎ 大規模な気象場が雲の生成・消滅に影響する一方、個々の雲活動による潜熱放出などが大規模場に影響する



大気現象の時空間スケール

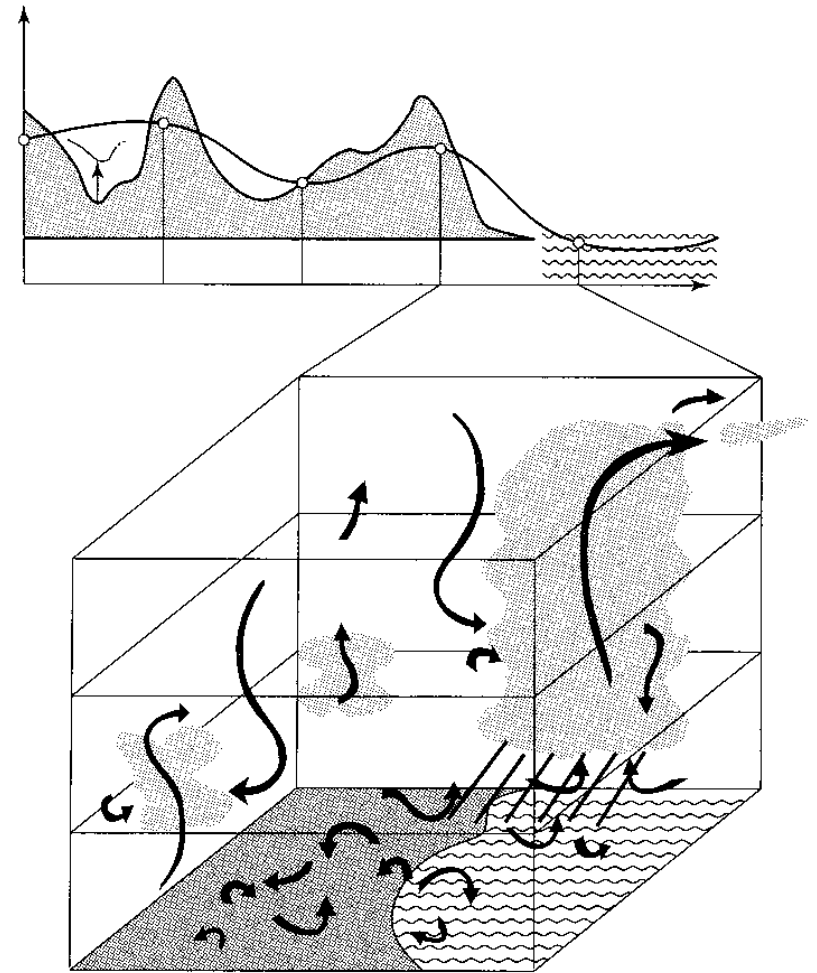


地球大気の特徴

- ・降水を伴う対流にまつわるさまざまな多様性と階層構造

サブグリッドスケールの影響

- 数値モデルで解像できる最小単位は、格子(グリッド)の大きさ
- 格子よりも小さなスケール(サブグリッドスケール)の現象が解像可能な現象に影響する場合、その効果をモデルで表現する必要がある

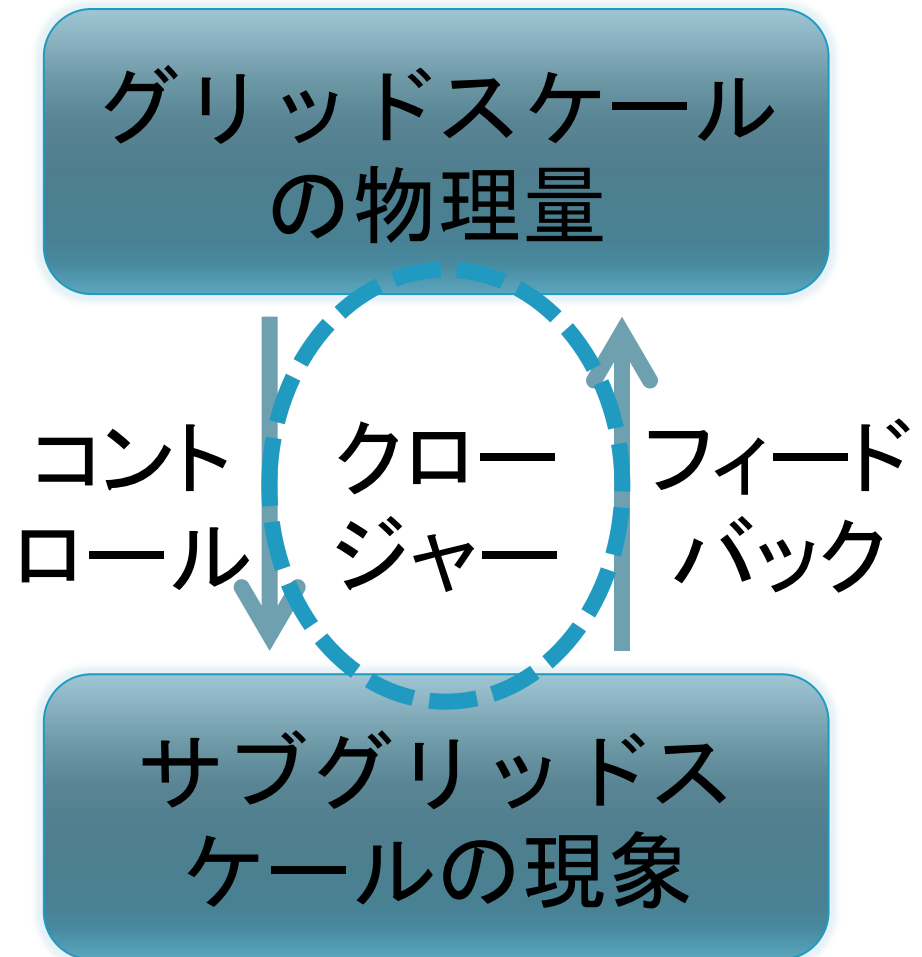


パラメタリゼーション

- ◎ サブグリッドスケールの現象は、数値モデルの中で直接計算することが出来ない。しかし、その影響がグリッドスケールの現象に影響する場合、その効果を格子点上の物理量の変化として表現する必要がある
- ◎ サブグリッドスケールの現象が与える影響を格子の物理量を用いて計算することを、**パラメタリゼーション** (parameterization; パラメータ化) と呼ぶ

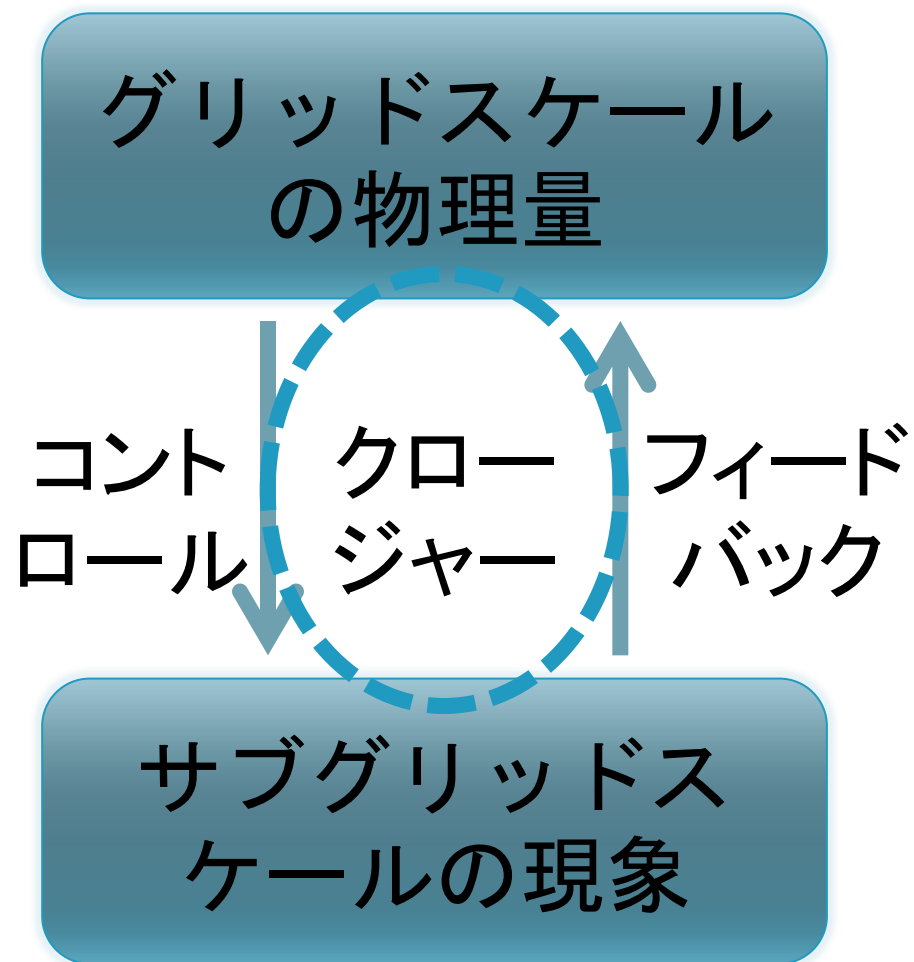
パラメタリゼーション

- パラメタリゼーションに際しては、格子の物理量がサブグリッドスケールの現象をどう決めるか(コントロール)と、サブグリッドスケールの現象が格子の物理量にどう影響するか(フィードバック)が重要



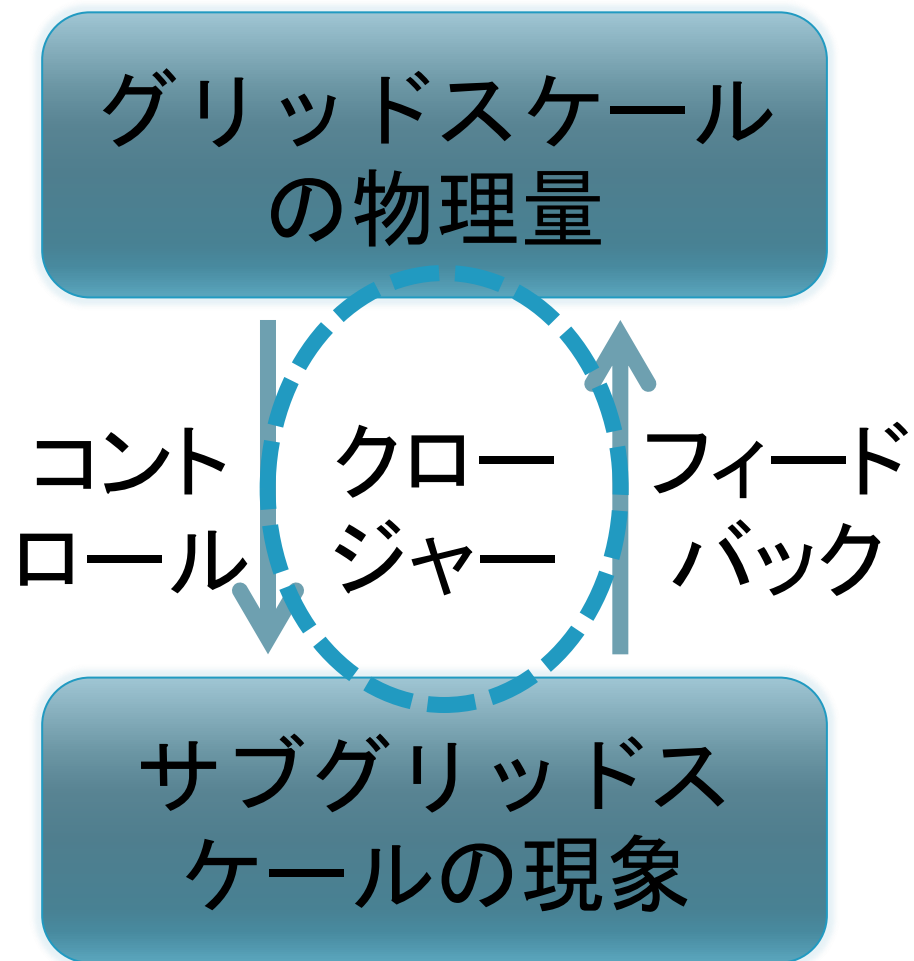
パラメタリゼーション

- この2つの過程の間に何らかの(統計的)関係が存在すれば、格子の物理量でサブグリッドスケールからの影響が計算できることとなり、パラメタリゼーションは完結(クロージャ)する



パラメタリゼーション

- ◎ パラメタリゼーションの対象となる主な物理過程
 - 積雲対流、降水過程、乱流、放射、重力波抵抗...
- ◎ 数値モデルの分解能や対象となる現象、計算時間などにより必要に応じて導入



積雲対流パラメタリゼーション

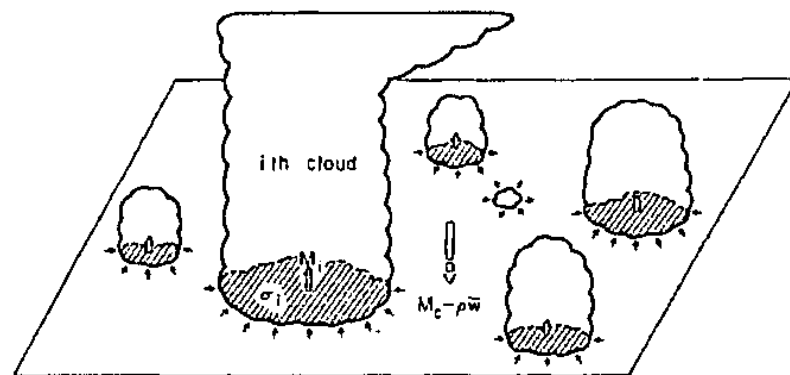
- ◎ 個々の積雲の水平スケールは1km程度。
しかしその効果は全球スケールの現象にも影響を与える
- ◎ コントロールやフィードバックに何を用いるかによりパラメタリゼーションの方式は様々
 - 湿潤対流調節(大気の鉛直安定度)
 - Kuo方式(地上付近の水蒸気収束量)
 - Arakawa – Schubert方式
 - Kain – Fritsch方式
 - ...

積雲対流パラメタリゼーション

◎ Arakawa – Schubert方式

- 格子内には大小さまざまな積雲が存在
- 格子スケールの不安定が与えられると、不安定を解消するように浮力による運動エネルギーの総和の増加が0となるよう対流が生じる
- 積雲の半径に反比例する量のエントレインメント(周囲の空気を取り込み)

◎ モデルが高解像度となると適用できない ($\geq 20 \sim 30 \text{ km}$)



線型と非線型

変数の代表: x

演算子: $f(x)$

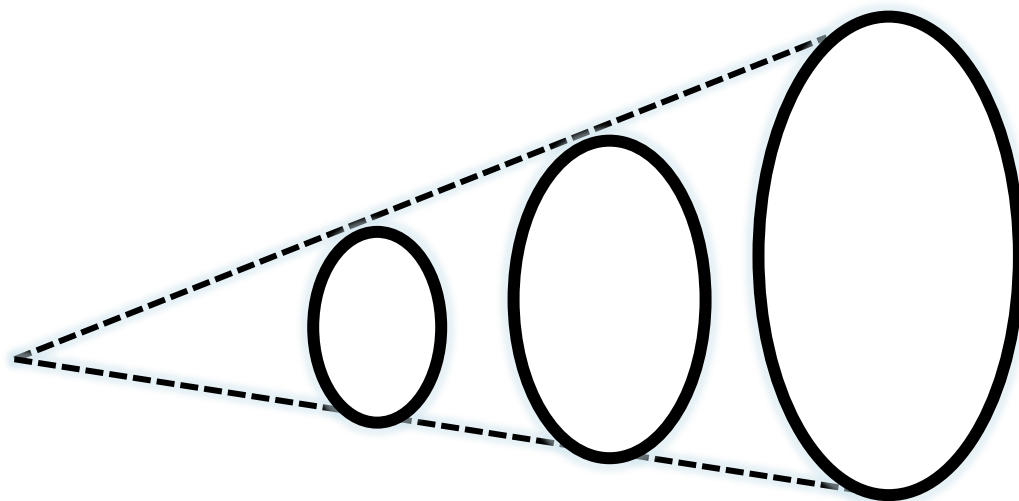
線型: 次の二つを満たす演算子

1. $f(x+y) = f(x) + f(y)$

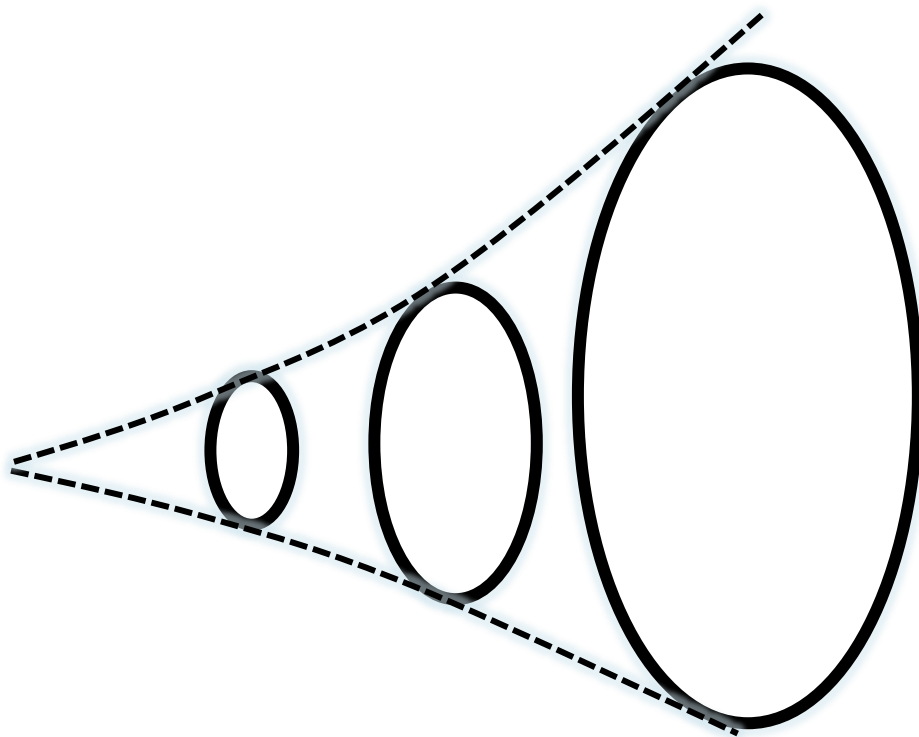
2. $f(ax) = a f(x)$

ここで a は定数

非線型: 線型でない演算子



線型

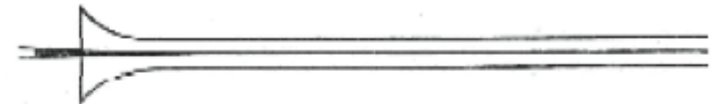


非線型

Reynoldsの実験 (1889)



(a)



(b)



(c)



無次元量 レイノルズ数

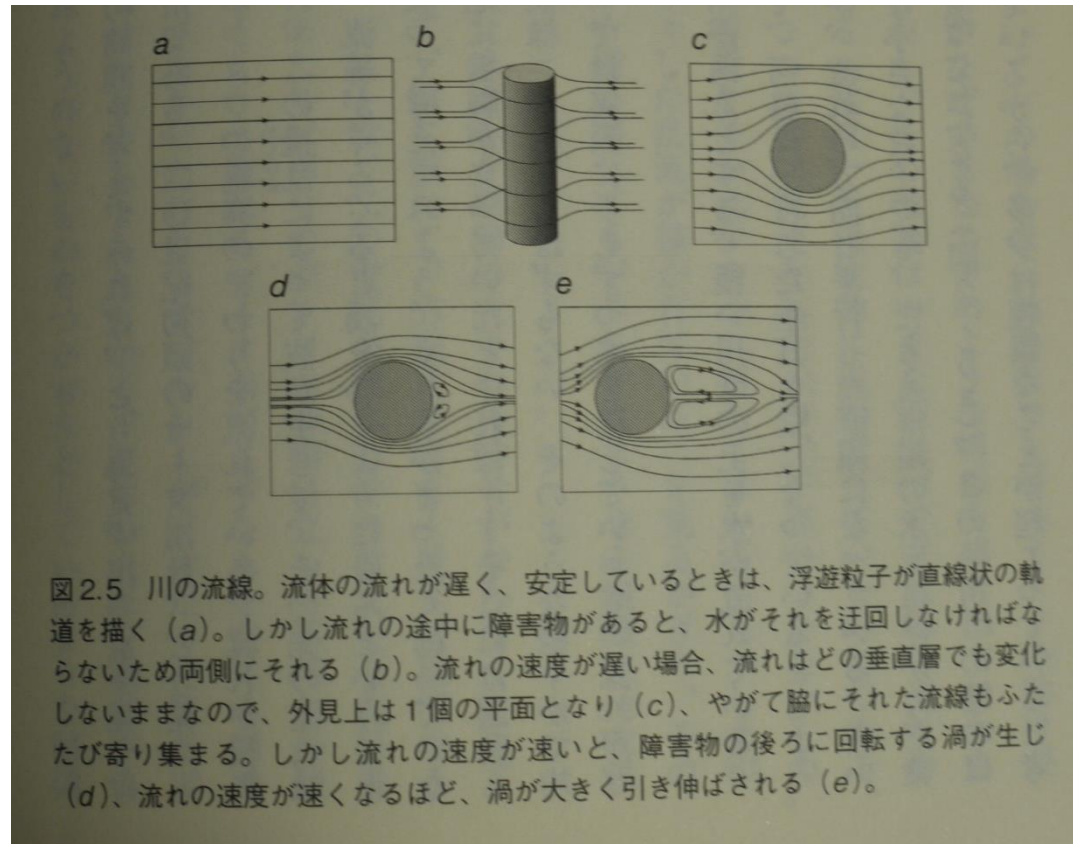
流体運動では相似律が成り立つ

$$Re = \frac{U D}{\nu}$$

U : 代表的な流速

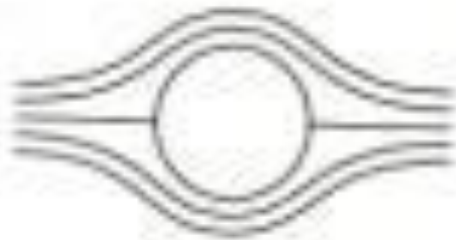
D : 代表的な長さ

ν : 粘性係数

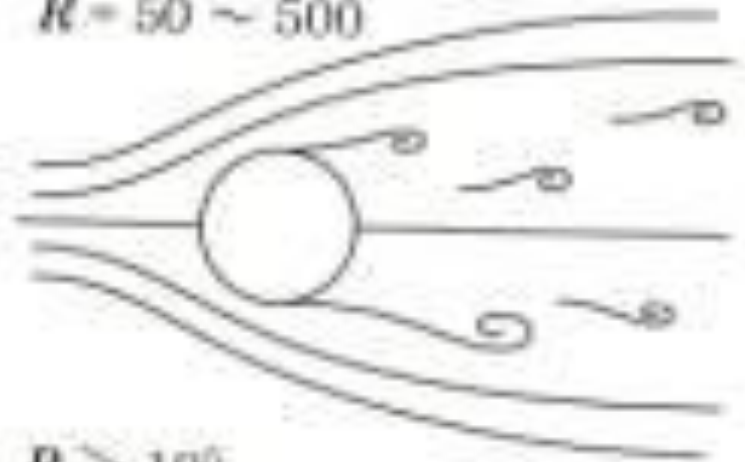


Reynolds数による仕分け

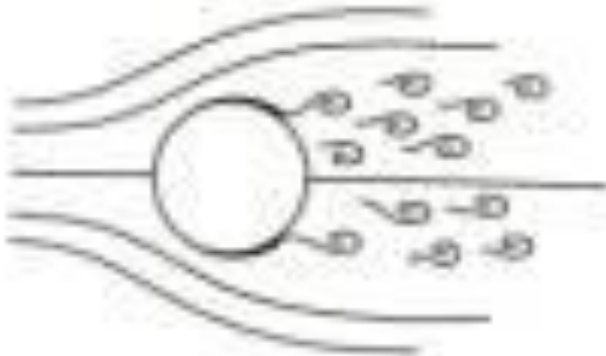
$R \approx 5$



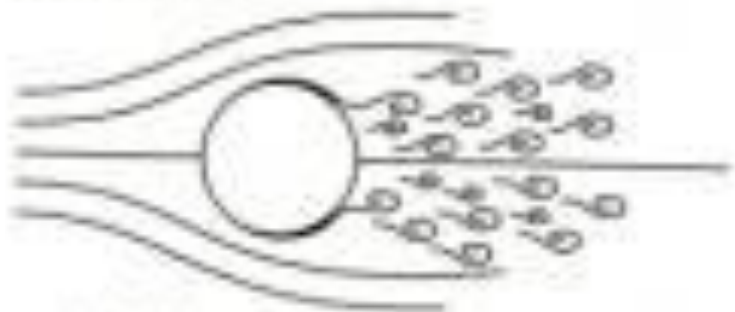
$R = 50 \sim 500$



$R = 10^3 \sim 10^5$



$R > 10^5$



はがれる点が後ろに行き、
急に抵抗が減少

従来の乱流への遷移の考え方

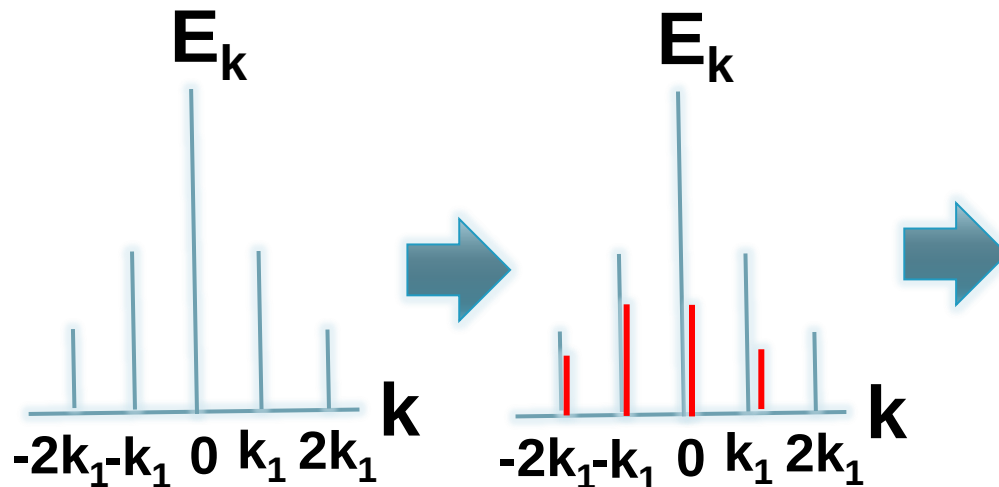
$$A_1 \exp i(k_1 x \pm \omega_1 t)$$

$$\rightarrow \sum_{m,n} A_{mn} \exp i[(mk_1 x + n\omega_1 t)]$$

$$\rightarrow \sum_{m,n;m',n'} A_{mn;m'n'} \exp i[(mk_1 x + m'k_2 x + n\omega_1 t + n'\omega_2 t)]$$

$$\rightarrow \sum_{m,n;m',n'} A_{mn;m'n';m''n''} \exp i[(mk_1 x + m'k_2 x + m''k_3 x + n\omega_1 t + n'\omega_2 t + n''\omega_3 t)]$$

→ ...



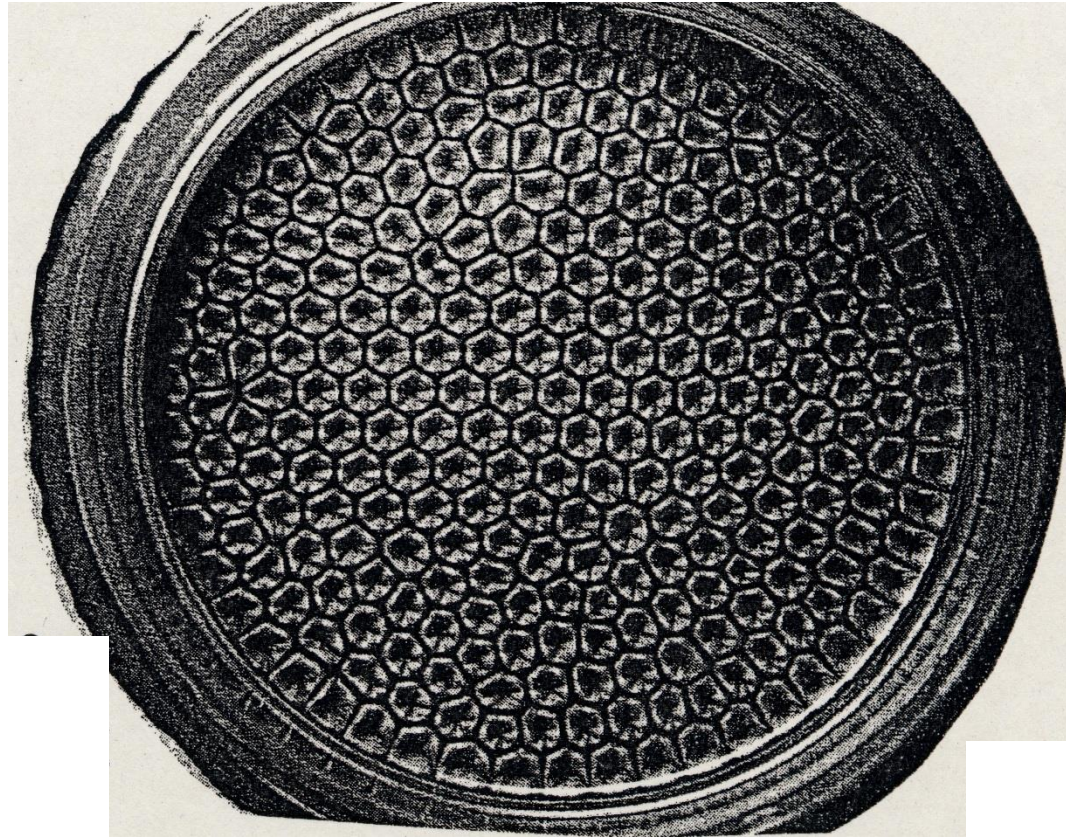
線スペクトルが増えてゆき、遷移が無限回起こり、連続スペクトルになる→乱流

流体運動のスペクトルをみて、連続スペクトル(乱流状態)になるのに、無限回の遷移が起こると考えていた。

ところが、有限回の遷移で連続スペクトルが得られることがわかってきた。

その実例として、ロレンツカオスの話題に進む

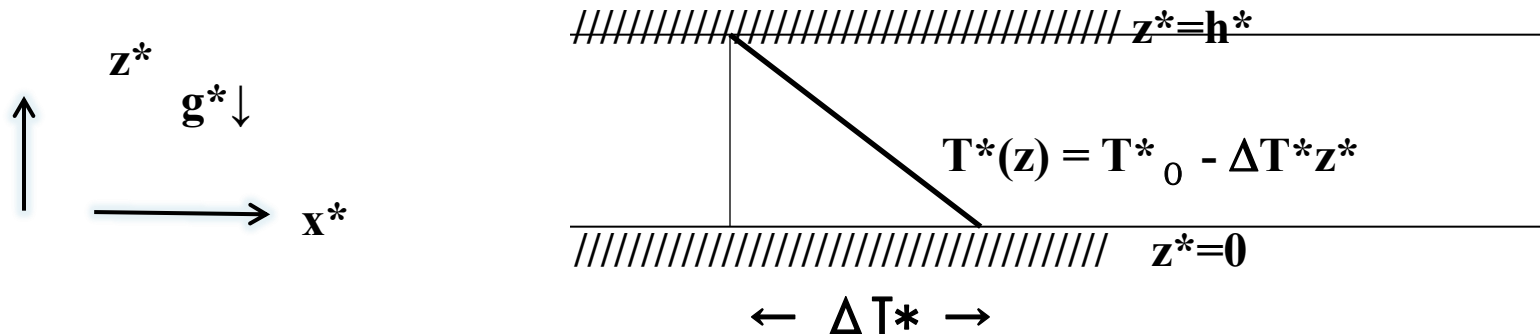
ベナール対流



- ・ 上下の温度差がある値以上になると、対流が起こる.
- ・ 高さスケールの水平間隔を持つセルが並ぶ.

レイリー対流

- ・ 水平方向に無限に一様に広がる作業流体を考える
- ・ 作業流体の物質常数は温度によらず一定である
- ・ 上下の温度差は時間的に一定である
- ・ 流体内部では相変化などはない



支配定数(*:次元量を表す) g^* :重力加速度、 h^* :流体層の厚さ、 T^*_0 :平均温度、 ΔT^* :上下の温度差、 ρ^*_0 :流体密度、 k^* :流体の温度伝導係数、 ν^* :流体の動粘性係数

ここでは、次元量に*をつける。しかし
場合によっては上付きであったり下付き
であったりするので、注意！

() ' は摂動部分

$$\frac{\partial \mathbf{u}'_*}{\partial \mathbf{t}_*} + \frac{1}{\rho_{*0}} \frac{\partial \mathbf{p}'_*}{\partial \mathbf{x}_*} - \nu_* \nabla^2 \mathbf{u}'_* = -\mathbf{u}'_* \frac{\partial \mathbf{u}'_*}{\partial \mathbf{x}_*} - \mathbf{w}'_* \frac{\partial \mathbf{u}'_*}{\partial \mathbf{z}_*},$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}'_*}{\partial \mathbf{t}_*} + \frac{1}{\rho_{*0}} \frac{\partial \mathbf{p}'_*}{\partial \mathbf{z}_*} - \mathbf{g}_* \frac{\mathbf{T}'_*}{\mathbf{T}_{*0}} - \nu_* \nabla^2 \mathbf{w}'_* = -\mathbf{u}'_* \frac{\partial \mathbf{w}'_*}{\partial \mathbf{x}_*} - \mathbf{w}'_* \frac{\partial \mathbf{w}'_*}{\partial \mathbf{z}_*},$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'_*}{\partial \mathbf{x}_*} + \frac{\partial \mathbf{w}'_*}{\partial \mathbf{z}_*} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}'_*}{\partial \mathbf{t}_*} - \mathbf{w}'_* \frac{\Delta \mathbf{T}_*}{\mathbf{h}_*} - \kappa_* \nabla^2 \mathbf{T}'_* = -\mathbf{u}'_* \frac{\partial \mathbf{T}'_*}{\partial \mathbf{x}_*} - \mathbf{w}'_* \frac{\partial \mathbf{T}'_*}{\partial \mathbf{z}_*}.$$



$$\text{Pr}^{-1} \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} - \nabla^2 u' = -\text{Pr}^{-1} \left(u' \frac{\partial u'}{\partial x} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \right),$$

$$\text{Pr}^{-1} \frac{\partial w'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial z} - T' - \nabla^2 w' = -\text{Pr}^{-1} \left(u' \frac{\partial w'}{\partial x} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right),$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - R_a w' - \nabla^2 T' = -u' \frac{\partial T'}{\partial x} - w' \frac{\partial T'}{\partial z}.$$

長さを h_* , 時間を h_*^2/κ_* ,
 速度を κ_*/h_* ,
 温度を $(T_{0*} \kappa_* \nu_*)/(g_* h_*^3)$,
 圧力を $(\rho_{0*} \kappa_* \nu_*)/h_*^2$ で
 スケーリングする。

◎Rayleigh対流に出てくる無次元パラメーター:

$$\text{Prandtl number: } \text{Pr} = \frac{\nu_*}{\kappa_*}, \quad \text{Rayleigh number: } \text{Ra} = \frac{g_* \Delta T_* h_*^3}{\kappa_* \nu_* T_{0*}}$$

この二つのパラメータでRayleigh対流の全てが分類できる.

- ・ R_a が大きいほど不安定: ΔT
- ・ R_a を増やすのは h の効果もある

◎線型化 右辺を0にする. $\left(\text{Pr}^{-1} \frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2 \right) u' + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0,$

無次元化する意味: どのような物理量や容器であっても R_a と Pr と同じであれば同じ結論になる。例えば、4K付近の極低温における対流実験も通常の温度における室内実験もおなじ結論になる。

$$\left(\text{Pr}^{-1} \frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2 \right) w' + \frac{\partial p'}{\partial z} - T' = 0,$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2 \right) T' - R_a w' = 0.$$

◎水平方向 $(x) \rightarrow (x, y)$ と拡張

◎一つの変数にまとめる $w'(x, y, z, t) = \phi(x, y) \cdot h(z) \cdot \exp(\sigma t)$

$$(D^2 - k^2 - \sigma)(D^2 - k^2 - \text{Pr}^{-1} \sigma)(D^2 - k^2)W = -R_a k^2 W,$$

$$\text{where } \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = -k^2, D = \frac{d}{dz}.$$

水平成分 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0,$

鉛直成分 $\left[(D^2 - k^2 - \sigma)(D^2 - k^2 - \text{Pr}^{-1} \sigma)(D^2 - k^2) + R_a k^2 \right] h = 0.$

*** 上下の境界条件がslipで断熱の場合**

$h(z) = \sin(n\pi z)$ 、 $n = \text{整数}$ $\rightarrow \sin(\pi z)$ とする.

$$\left[(\pi^2 + k^2 + \sigma)(\pi^2 + k^2 + \text{Pr}^{-1} \sigma)(\pi^2 + k^2) - R_a k^2 \right] W = 0.$$

$$\text{When } \sigma = 0, R_a = \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2}.$$

$$\Rightarrow R_{ac} = \frac{27}{4} \pi^4 \approx 657, k_c = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \approx 2.22$$

*** 上下の境界条件がslipで断熱の場合、 R_{ac} が与えられた場合、対流が発生してそこで現れる水平波数が k_c であるということ。**

*** $Ra > R_{ac}$ となると、発現する対流の卓越する波数は k_c の近傍であることが期待される**

表 3.1 異なる境界条件のもとでの臨界レイリー数とベナール・レイリー型対流細胞の大きさ

	Ra_c	k_c	$l_c/h=2\pi/k_c$
上下両面摩擦なし	657.5	2.22	2.83
一方が摩擦なし, 他方が摩擦あり	1,101	2.68	2.34
上下両面摩擦あり	1,708	3.12	2.02

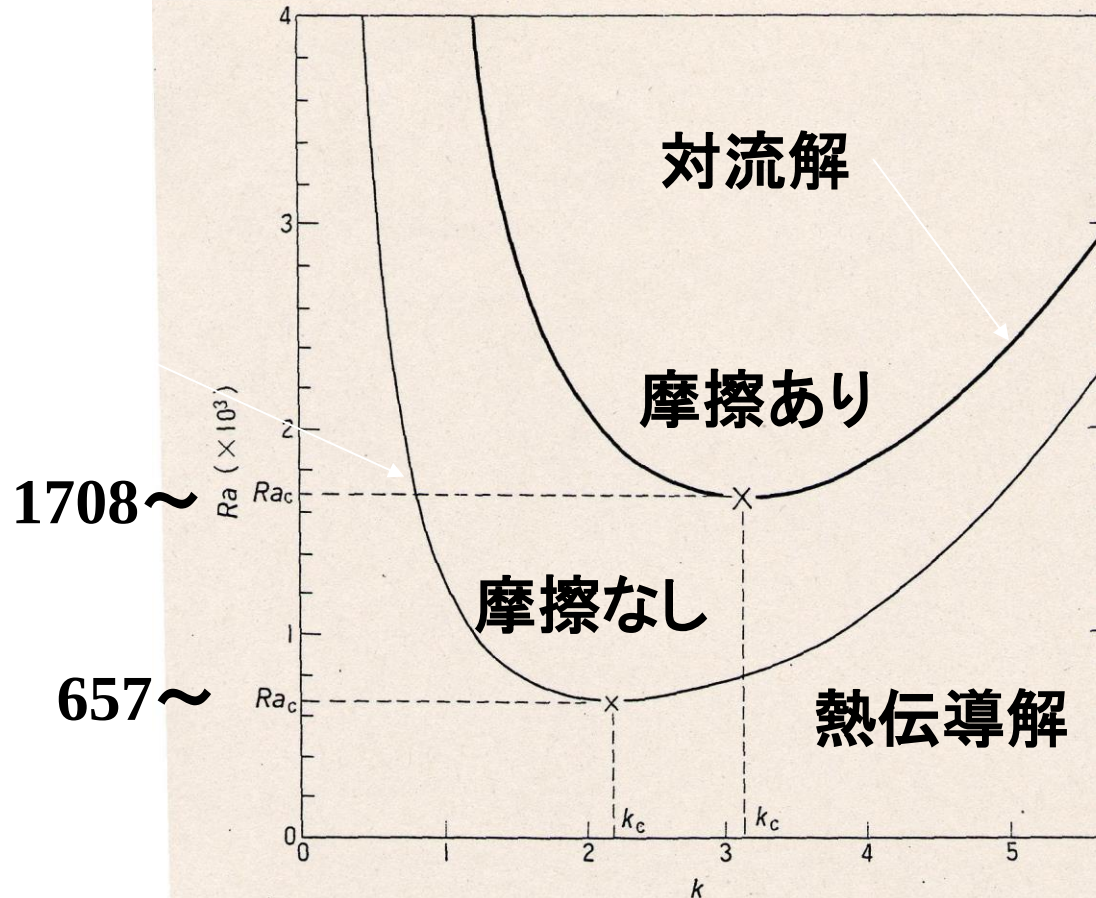
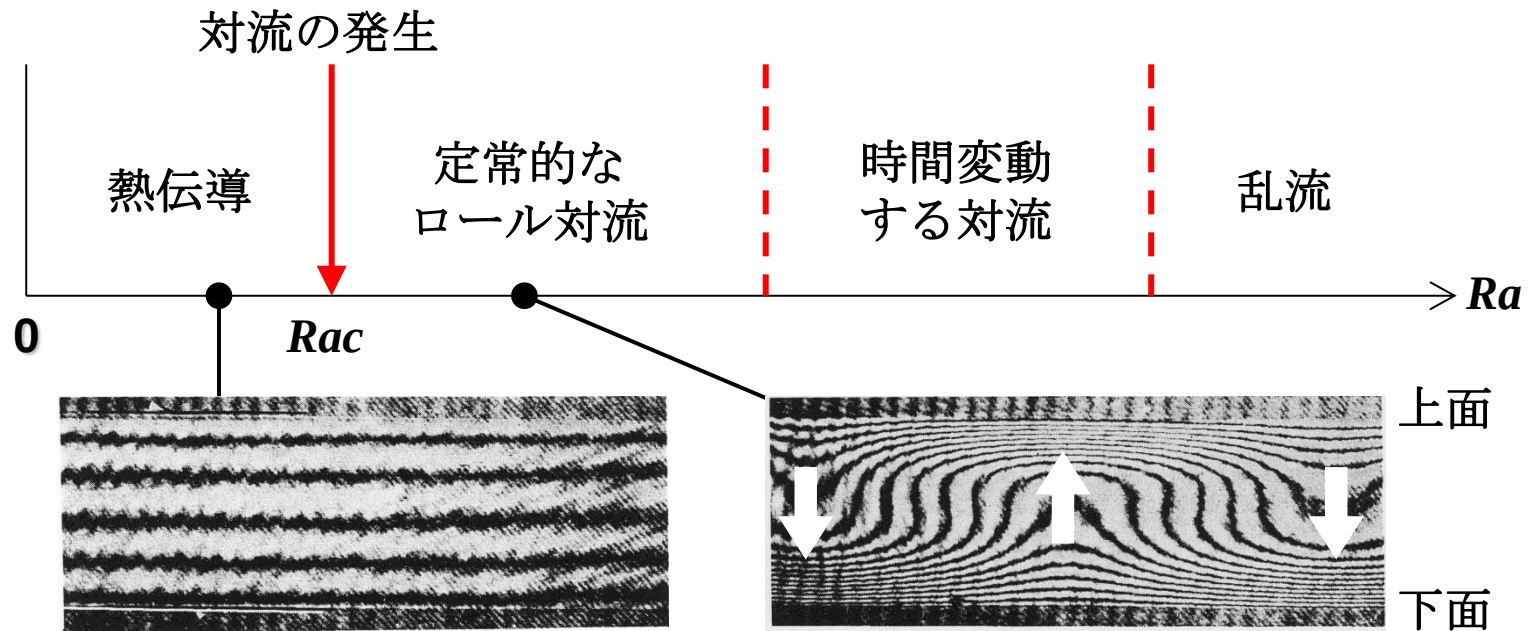


図 3.11 対流の安定度曲線. 上下両境界面で摩擦力が作用しない場合を細実線で, 摩擦力が作用する場合を太実線で示す. ×印はそれぞれの臨界レイリー数 Ra_c とそのときの擾乱の波数 k_c である.

(浅井)



(Farhadieh and Tankin, 1974)

$$Ra = \frac{g \alpha h^3 \Delta T}{\kappa \nu}$$



対流の発生の目安

重要な結論が二つ得られた。

- ・ $Ra < R_{ac}$ で熱伝導解、
 $Ra > R_{ac}$ で対流が発生
- ・ 対流の縦横比は $O(1)$