物理学Ｉ

第13回　2013年12月19日（木）

第3章

3.1 ひずみと応力

・物体内部の変形 （ひずみ）
＝　伸び（縮み）　＋　体積変化　＋　ずれ

・応力
　外力によって変形した物体の内部で，物体内の隣接する各部分が互いに押し合ったり引っ張り合ったりというような力

3.2 伸び縮みと体積変化

弾性定数 (elastic constant)

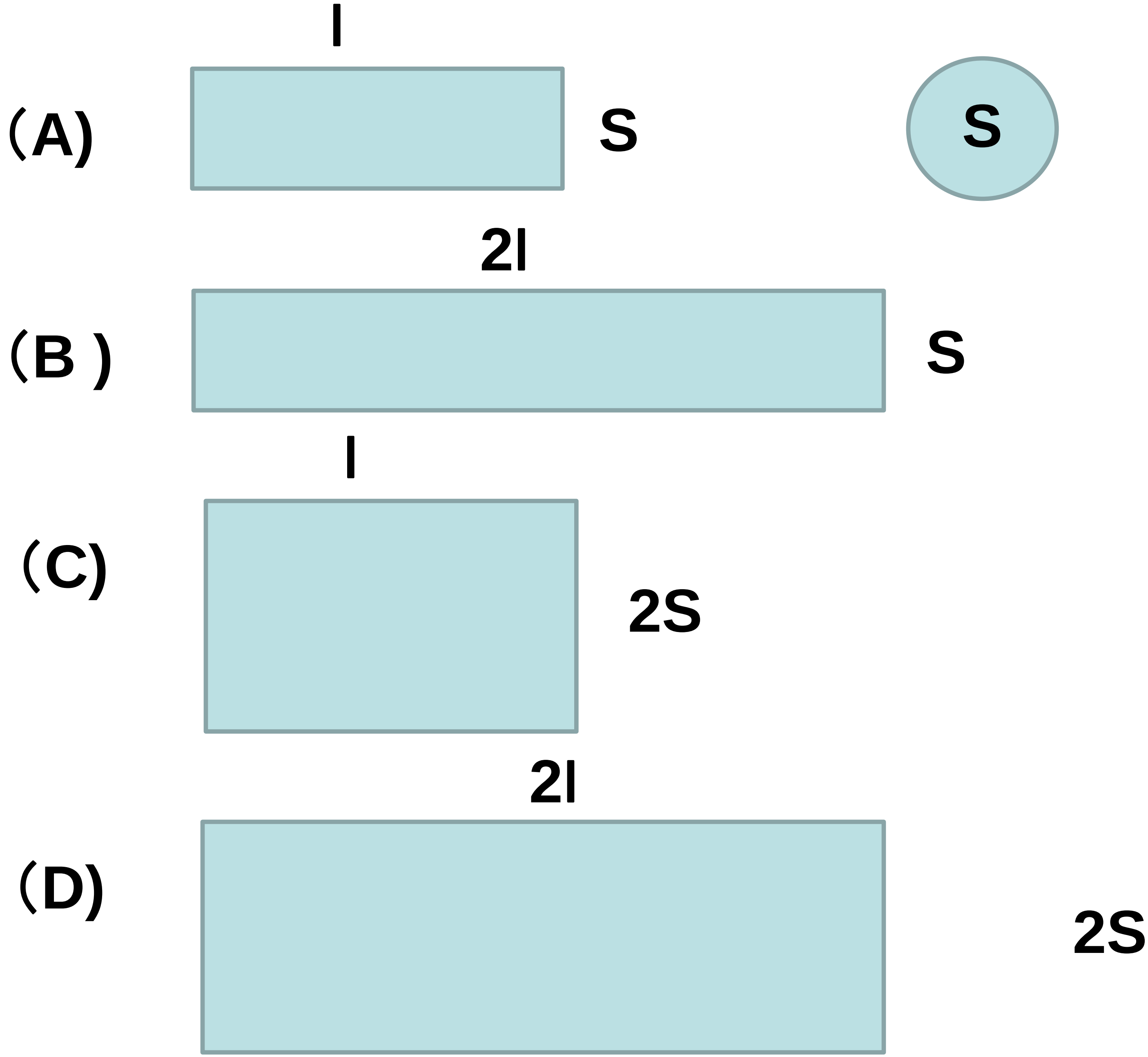
ヤング率（Young’s modulus): E

断面積S、長さ l の棒の両端に力Fを加えるとき、長さがΔl伸びたとする。この伸びの割合があまり大きくなければ、伸びに垂直な面に関する応力（F/S)の大きさに比例する。
（フックの法則）

$$\frac{F}{S} = E\,\frac{\Delta l}{l}$$

固体の伸びの法則はバネの法則に等しい

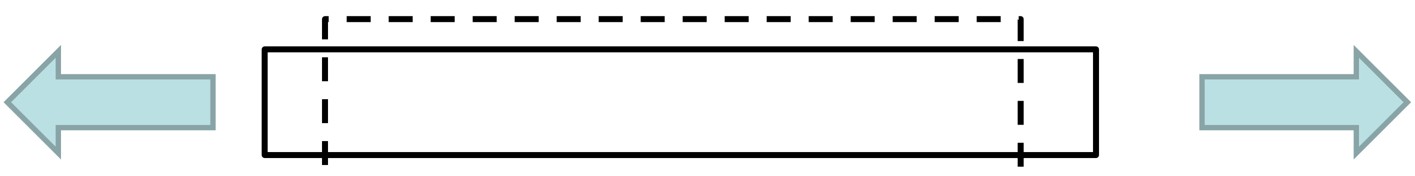
四つの棒に同じ力を加えた。伸びの大きい順に並べよ。



ポアソン比（Poisson ratio）:　σ

物体をある方向に引っ張って伸ばすと、それと垂直の方向には縮むものである。逆に棒を押して縮めれば垂直方向に伸びを生じて棒は太くなる。Δl/l=ε、力に垂直な方向の伸びの割合をε‘とすると、εとε’は符号は逆でその大きさの比は一定である。この比をポアソン比という。

$$\sigma = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$



体積弾性率 (bulk modulus)

圧力pでは体積はV
圧力をp＋Δpとすると、体積はV＋ΔVになるとすると、圧力があまり大きくない限り、－ΔV/VはΔpに比例する。

$$\Delta p = -k\frac{\Delta V}{V}$$

この比例定数kを物質の体積弾性率、その逆数を圧縮率という。

ヤング率、ポアソン比、体積弾性率は互いに無関係ではない。

ヤング率がE、ポアソン比がσの物質でできた一辺の長さがlの立方体を考える。上下の面だけに外から一様な圧力Δpをかけると、立方体は上下にΔp・l/Eだけ縮み、水平方向にσΔp・l/Eだけ伸びる。ひずみがあまりおおきくないときには重ね合わせがきく。

$$\delta l = -\frac{\Delta p \bullet l}{E} + 2\sigma \frac{\Delta p \bullet l}{E} = -(1-2\sigma)\frac{l}{E}\Delta p$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{(l+\delta l)^3 - l^3}{l^3} = 3\frac{\delta l}{l} = -\frac{3(1-2\sigma)}{E}\Delta p$$

$$k = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$$

3.7 静止流体の圧力

・気体と液体を流体と総称
・流体と固体との違い：
静止状態の液体内部の応力には接線成分がなく、同じ点における応力は面の方向によらず同じ強さの圧力になっていることである。

例：　地上の大気圧は1013hPaである。この圧力の大きさは鉛直方向にも水平方向にも同じである。

・p98：　理想的な液体は縮まない流体
　　　　　　気体は縮む流体

図 2・9　大気圧の実験を行なうトリチェリ（アルダス版講談社自然シリーズ・大気の世界より）

トリチェリーの実験図(17世紀）

水銀の比重≒13.6

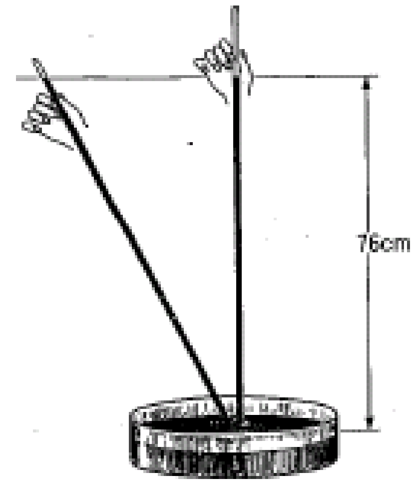


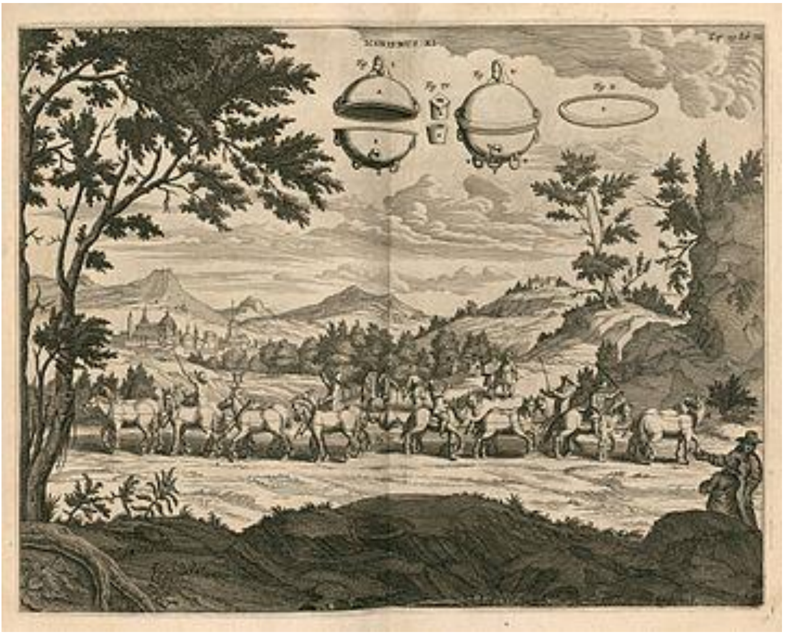
図 2・10 水銀柱の高さは，ガラス管の角度によらず約76センチメートルである。

- 真空の発見
- 大気圧の発見

←井戸は10m以上深くは
掘れない理由

木村「流れの科学」(1979)

真空の発見　ー　その実験



マクデブルクの半球実験

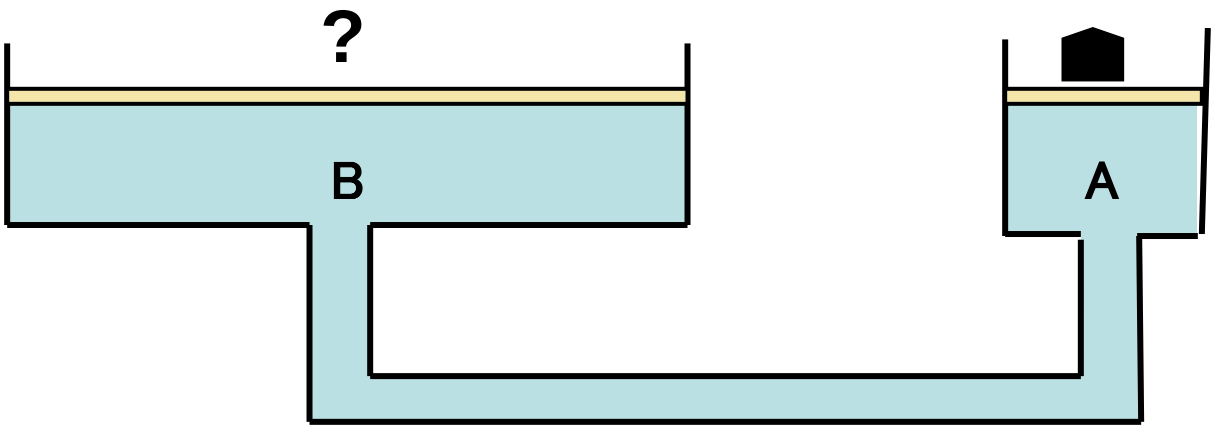
17世紀のドイツでオットー・フォン・ゲーリケが
行なった、大気圧を示す実験である。
内側がくぼんだ2つの金属製の半球は
すきまなく接合するように作られた。
この2つを合わせ、ゲーリケ自らが
発明した真空ポンプで中の空気を抜いた。
間には濡らした動物の皮をパッキンとして
使用すると、半球はぴったりくっつき、
どんなに引っ張っても外れなかった。これは、
半球の外側の大気圧によるものである。ゲーリケはこの実験を公開実験で行った。
最初のものは1654年5月8日、レーゲンスブルクの帝国議事堂前において、
神聖ローマ皇帝フェルディナント3世の御前で行われた。このとき、16頭の馬
（両側から2頭立ての馬が各4対）が双方から引っ張り、やっと半球は外れた。
この実験により、デカルトが否定した真空の存在を証明した。
「マクデブルクの半球」の呼び名は、当時ゲーリケがマクデブルク市長であった
ことに由来する。

深海では圧力が大きいため、カップヌードルのカップは縮小されると、こんなサイズ
（高さ8.5㎝→4.7㎝　口径　8㎝→4㎝　厚み3ミリ→2ミリ　）になります。

chikyu-to-umi.com/kaito/***cupnoodle***.htm

パスカルの原理

問題:
管を通して二つの貯水槽(A,B)がある。Bの貯水槽の面積をSとすると、Bの貯水槽の面積は3倍の大きさであった。Aに重りを一つ置くとすると、Bには何個の重りが必要か?



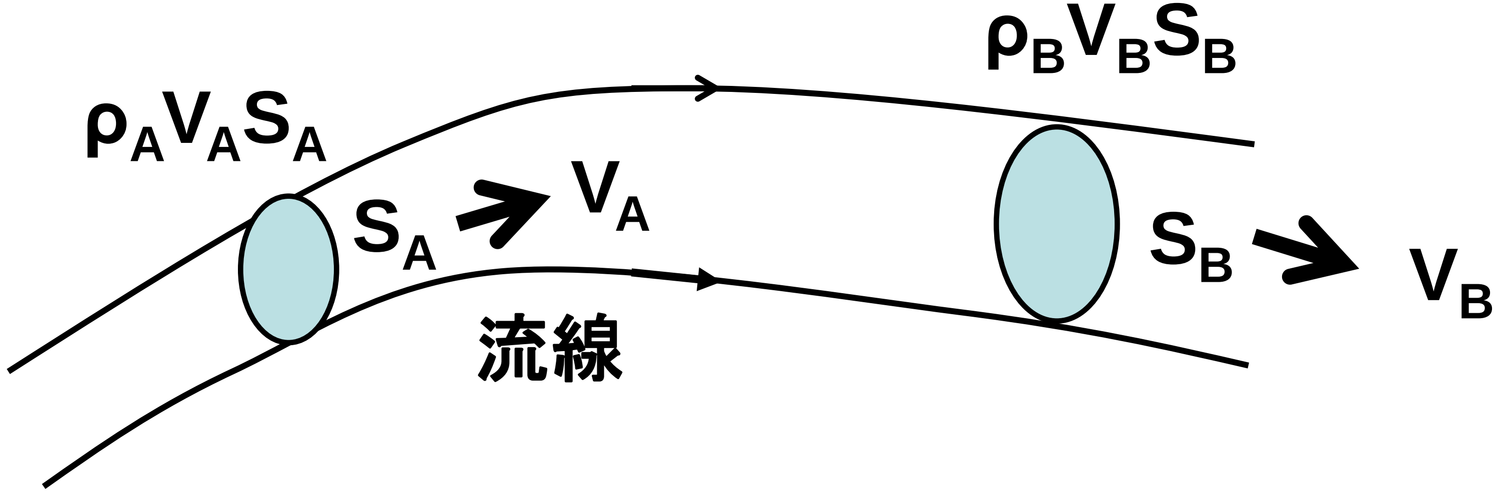
3.8 流速の場

・流体の速度　V（x、y、z、t）
・液体と固体との違い：
静止状態の液体内部の応力には接線成分がなく、同じ点における応力は面の方向によらず同じ強さの圧力になっていることである。

例：　地上の大気圧は1013hPaである。この圧力の大きさは鉛直方向にも水平方向にも同じである。

・p98：　理想的な液体は縮まない流体
　　　　　　　　気体は縮む流体

3-17図　(p101)



完全流体　・・・　粘性の全くない流体

定常流では流線や流管が定義できる

ρVS＝一定

連続の式

基礎方程式

流体の運動を論ずるのに、二つの立場がある。

1） ラグランジュ的な方法:　ある流体粒子の時々刻々の位置を追跡し、これを粒子の最初の位置と時間の関数として記述しようとする立場。粒子の保存量の場合の追跡には適している。

2) オイラー的な方法:　流体粒子は時間を自由に移動するが、空間の各点各瞬間の流体の流速･圧力･密度を固定座標系の位置の関数として記述する立場

⇒　オイラー的な方法が一般的

オイラーの運動方程式

質量力を $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ とすると、

$$\frac{Du}{Dt} = F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

オイラーの運動方程式（Euler’s equation of motion）

力はベクトル量 ⇒ F = a + b + c +…. と和となる！

日野幹雄「流体力学」より