

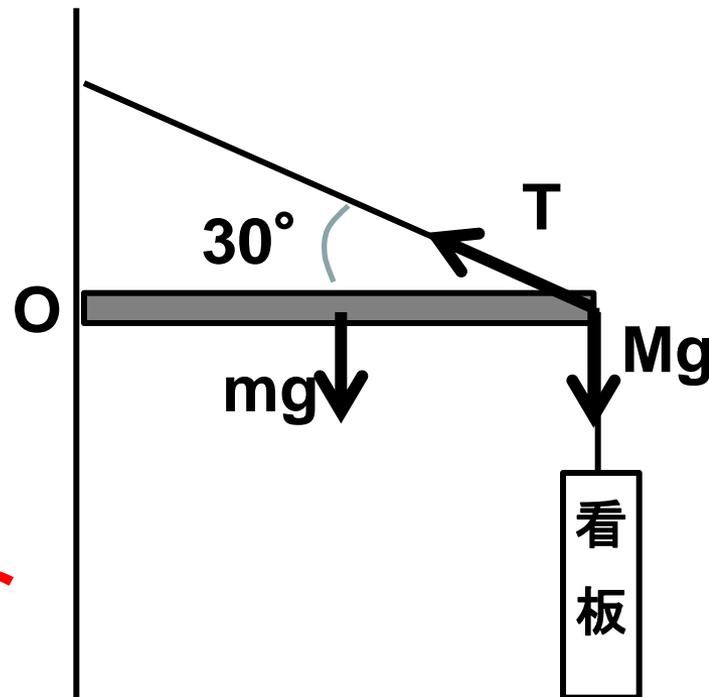
物理学 I

第12回 2013年12月12日(木)

宿題2

角度30度で質量10kgの看板をつるす。均質な鉄の棒の質量は6kgで、長さはLである。支えるロープにかかる張力はいくらか？

ヒント O点を中心とする
トルクを考えよ



締切： 2013年12月
10日(火)正午まで
提出先： 3417室ポスト
まで

回答2

$$(T \sin 30)L - mg\left(\frac{1}{2}L\right) - MgL = 0$$

$$T = \frac{\frac{1}{2}60 + 100}{\sin 30} = 260 \text{ N} \leftarrow g = 10$$

これはロープに26kgの重りをつるしたときにかかる力となる。全体で16kgのものなので意外と加重がかかることになる



宿題1: ドラえもんのタケコプターは一方向の回転だけを与えているようである。物理的に可能かどうか、その是非を論ぜよ。もし可能ならばその理由を述べよ。もし不可能ならばどうすれば可能になるかを述べよ、

締切: 2013年12月10日(火)正午まで

提出先: 3417室ポストまで

インターネットより

回答1:

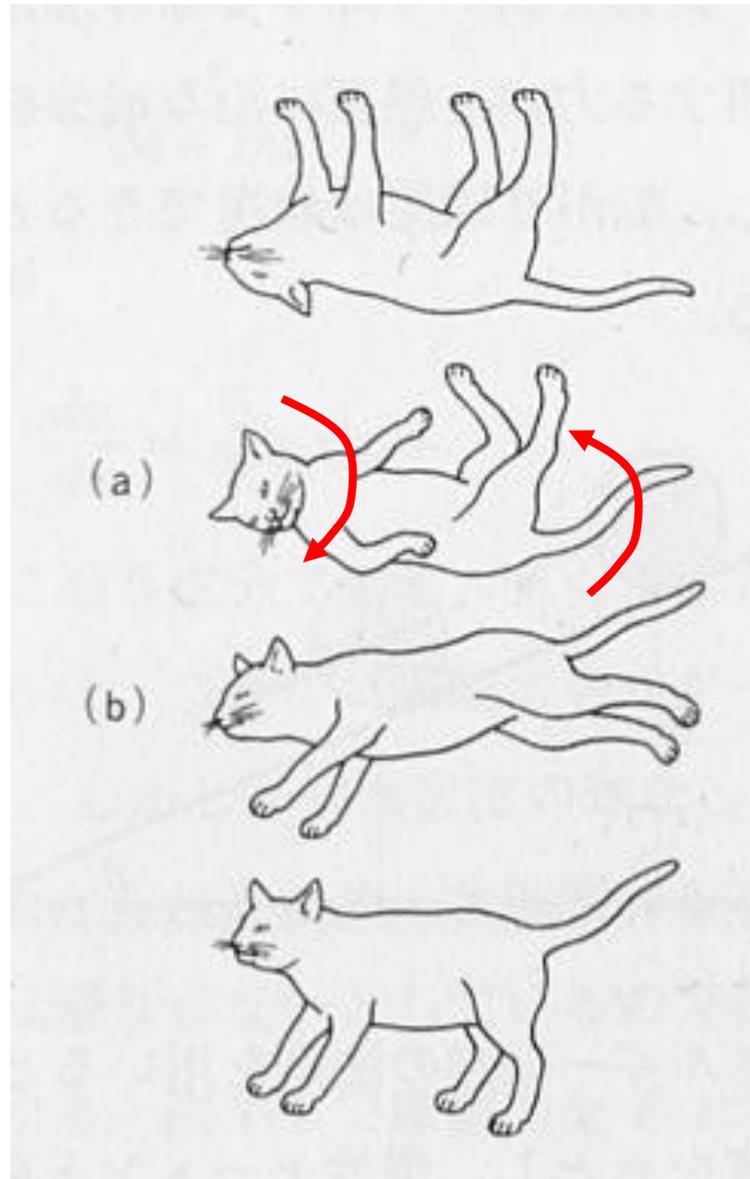
ドラえもんのタケコプターは一方向の回転を与えているならば、反対方向の回転がないと、ドラえもんはその方向に回らなければならない。

漫画からは一つの方向だけなので不可能のように思われる。

みんなの回答を読むと、反重力あり、人間の加重あり、で、バラエティに富んでいて実に面白かった。

Thank you.

子猫のへや バランス感覚 → 猫のバランス感覚の源

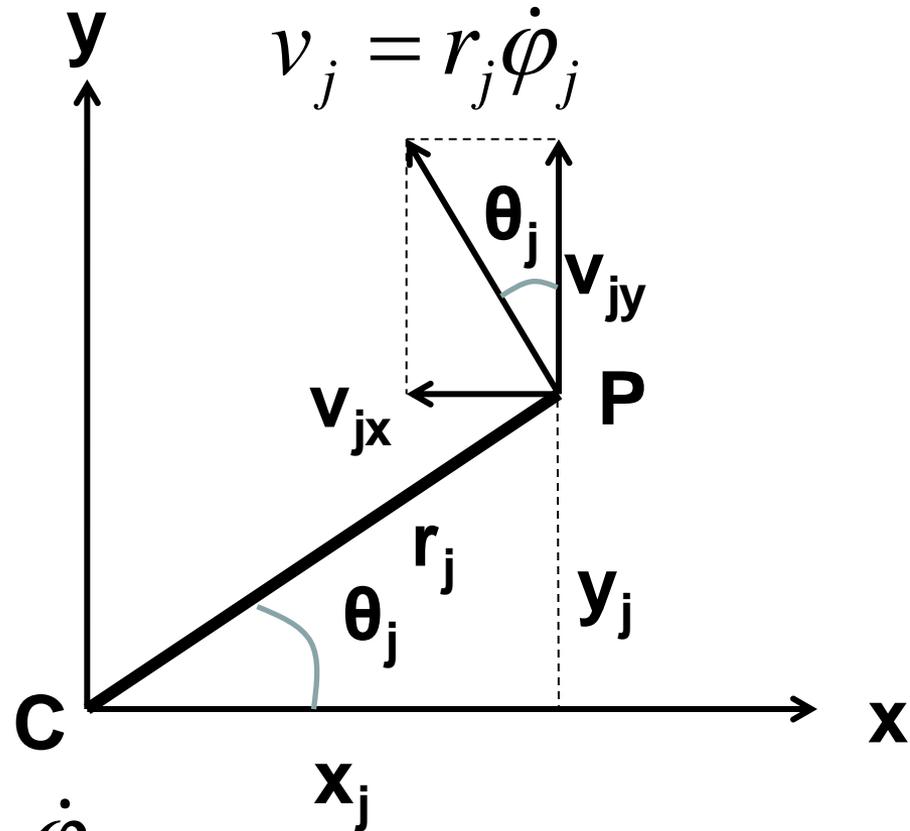


2.8 固定軸の周りの剛体の運動

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum_i (x_i F_{iy} - y_i F_{ix}) \quad (2.44)$$

・剛体を細分して、 j 番目の質量を m_j 、位置 P を (x_j, y_j, z_j) とする。 P から z 軸に下した垂線を PC とすると、 P は C を中心として角速度 $\dot{\phi}$ で円運動している。



$$v_{jx} = -y_j \dot{\phi}$$

$$v_{jy} = x_j \dot{\phi}$$

$$l_{jz} = m_j (x_j v_{jy} - y_j v_{jx}) = m_j r_j^2 \dot{\phi}$$

$$v_{jx} = -y_j \dot{\phi}$$

$$v_{jy} = x_j \dot{\phi}$$

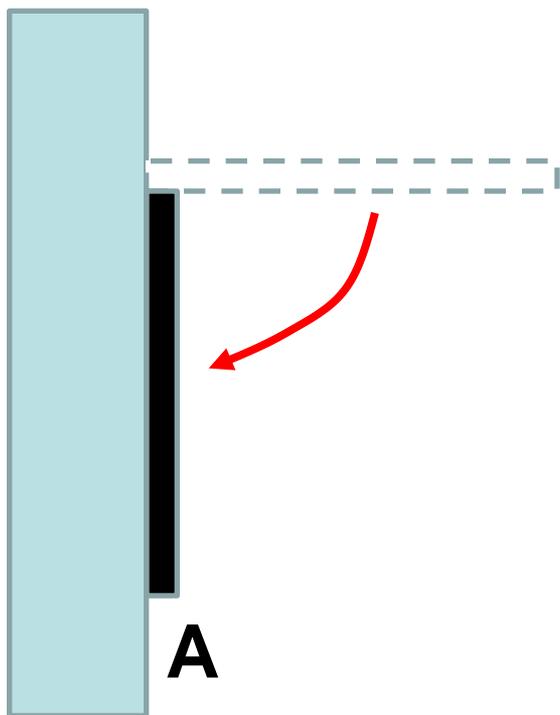
$$I = \sum_j m_j r_j^2 \quad (2.45)$$

慣性モーメント

$$L_z = I \frac{d\phi}{dt} \quad (2.46)$$

剛体の回転角	φ	\leftrightarrow	質点の位置	x
剛体の角速度	$\dot{\varphi}$	\leftrightarrow	質点の速度	\dot{x}
剛体の慣性モーメント	I	\leftrightarrow	質点の質量	m
剛体の角運動量	$I\dot{\varphi}$	\leftrightarrow	質点の運動量	$m\dot{x}$
方程式	$I\ddot{\varphi} = N_z$	\leftrightarrow	方程式	$m\ddot{x} = F_x$
運動エネルギー	$\frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2$	\leftrightarrow	運動エネルギー	$\frac{1}{2}m\dot{x}^2$

[問] 一端を通り棒に垂直な水平軸の周りで自由に回転できる棒を、水平の位置から離したら、他端が真下を通るとききの角速度はいくらになるか。棒の質量をM、長さをlとする。慣性モーメントは $I = Ml^2/3$ 。



Aにおける速度を v とすると、 $\omega = v/l$ である。重心の位置エネルギーは $Mgl/2$ であり、それが回転エネルギー $I\omega^2/2$ に変わるので

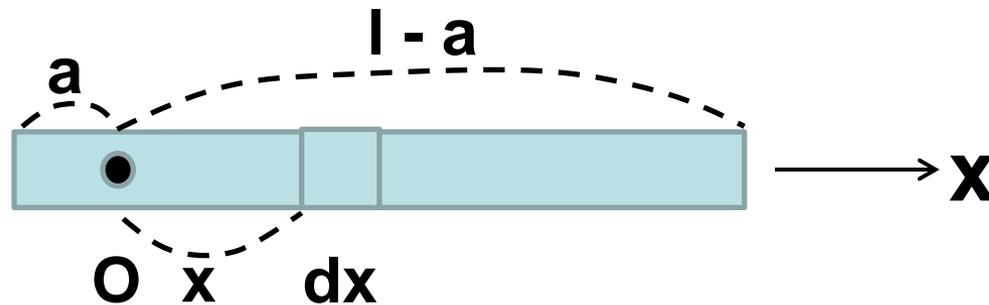
$$Mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{Mgl}{I}} = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

2.9 慣性モーメントの計算

$$I = \iiint (x^2 + y^2) \rho dx dy dz \quad (2.49)$$

- ・例1 細い一様な棒 (p71)

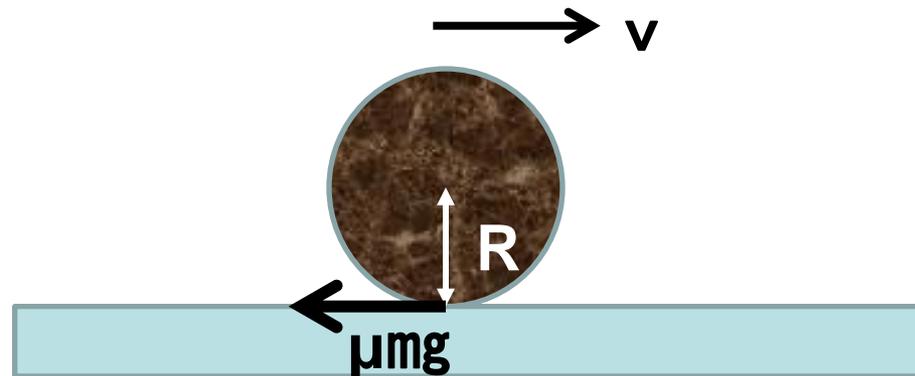


$$I = \int_{-a}^{l-a} \frac{M}{l} x^2 dx = \frac{M}{3} (l^2 - 3la + 3a^2)$$

$$a = 0 \Rightarrow I = \frac{M l^2}{3}$$

問題:

ボーリングのボールを転がさないように投げると、しばらくレーンの上を滑り回転を始める。そのうち滑らないでレーンの上を回転するようになる。ボールの初速度を v_0 とすると、滑らないでレーンを転がるときのボールの速度はいくらか。ただし、ボールの半径は R 、質量は m 、摩擦係数は μ とする。また球体の慣性モーメントは $2mR^2/5$ である (p72の例3を参照)。



ボールが回転していない間、摩擦力のためにボールの速度は遅くなる。摩擦力は抗力にほぼ比例することから、 μmg となる。これから、ボールの重心の加速度を a とすると、力は

$$ma = -\mu mg$$

となり、これから

$$mv = mv_0 - \mu mgt \rightarrow v = v_0 - \mu gt$$

となる。

一方、回転は、摩擦力によるトルク τ は μmgR であるので、 $I\alpha = \tau$ より、角加速度 α は

$$\alpha = \frac{\mu m g R}{I} = \frac{5}{2} \frac{\mu g}{R}$$

$$\omega = \alpha t = \frac{5}{2} \frac{\mu g}{R} t$$

接地面の回転速度が移動速度に等しいときに回転しなくなるので $v = R\omega$ 。

これから $v_0 - \mu g t = 2\mu g t / 5$ より

$$\mu g t = \frac{2}{7} v_0, \quad v = \frac{5}{7} v_0$$

ボーリングのボールが滑らずに転がり始める速度は初速度で決まり、摩擦係数によらない。