物理学Ｉ

第11回　2013年12月4日（木）

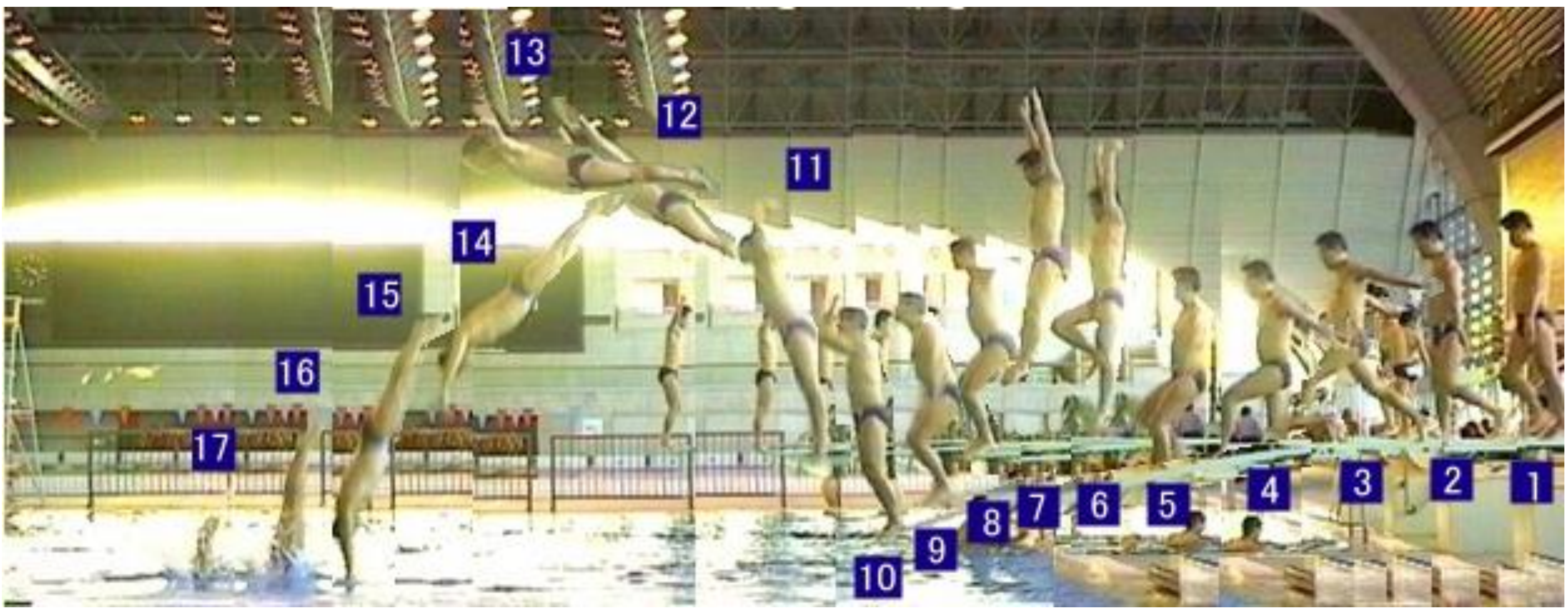
質点系の運動

重心運動　＋　相対運動　（2．5節）＋　回転運動（2．6節）

・重心運動だけであれば、質点の運動である.
・衝突する場合，運動量保存則は成り立つ.
・しかし，運動エネルギーは非弾性衝突の場合は
　保存しない.
　内部運動のエネルギーまでカウントする必要が
　ある.

2.5 重心運動と相対運動

問い　飛び込み台からプールへ飛び込むダイバーの重心はどのような運動をするか （62ページ）



インターネットより

高飛び込み

インターネットより

飛び込み中の運動

重心運動　＋　相対運動　＋　回転運動（２．６節）

$$\vec{r}_i = \vec{R} + \vec{r}_i' \qquad (2.30)$$

$$\vec{v}_i = \vec{V} + \vec{v}_i' \qquad (2.31)$$

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^{\,2} = \frac{1}{2} M V^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i'^2 \qquad (2.34)$$

質点系の運動エネルギーは，重心運動の運動エネルギーとそれに対する相対運動の運動エネルギーの和に等しい．

2.6 質点系の角運動量

重心運動 ＋ 相対運動 ＋ 回転運動

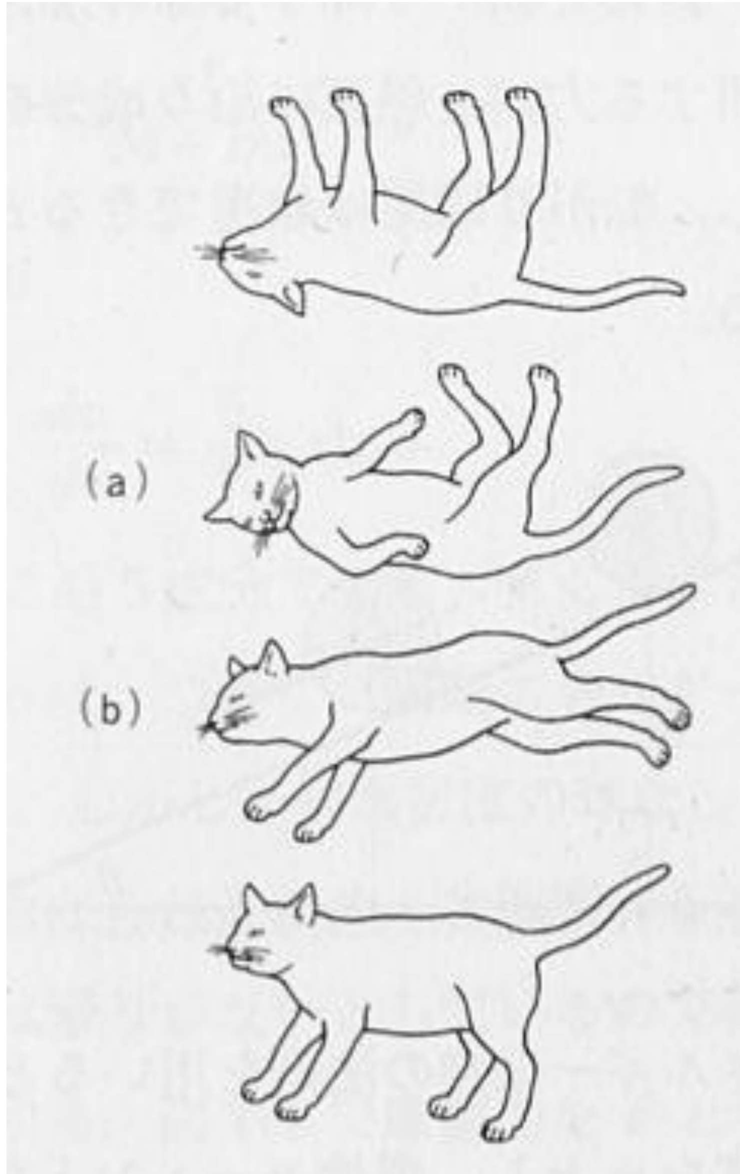
問　猫を持ち上げて背中を下にして離すと，尻尾を振り回しながら背中を上にして着地するという．これを力学的に説明せよ.

最近の猫の跳躍傾向について: 極東ブログ

finalvent.cocolog-nifty.com/fareastblog/2012/04/post-c05...

具体的に猫の落下終端速度はどの程度の速度であろうか。1987年に獣医のウエイン・ホイットニー氏とシェリルメル・ファフ氏が猫の終端速度について実験したところ、時速97キロであることが判明した。比較として人間の場合だと、その終...

子猫のへや　バランス感覚　→　猫のバランス感覚の源



自転車の車輪を使って，角運動量の保存則を体験する

車輪　角運動量保存　ジャイロスコープ
で検索して、次に進む

ジャイロスコープ実験車輪：慣性の実験器具｜運動
スリービー・サイエンティフィック｜ジャイロスコープの働きを体験的に学ぶことができる手持ち車輪です。吊り下げての使用も可能で角運動量保存が観察できます。歳差運動の学習もできます。ネット通信販売可能。

→　YouTube　動画を見る

宿題1： ドラえもんのタケコプターは一方向の回転だけを与えているようである．物理的に可能かどうか，その是非を論ぜよ．もし可能ならばその理由を述べよ．もし不可能ならばどうすれば可能になるかを述べよ，

締切： 2013年12月10日（火）正午まで

提出先： 3417室ポストまで

インターネットより

３択問題

フィギュアスケートの選手が回転して，手を広げた状態から手を真上にあげると，回転速度が増える．手を真上にあげた状態での回転のエネルギーは手を広げた状態に比べて

（１）　エネルギー保存則より同じ
（２）　回転速度が速くなるので回転エネルギーは増える
（３）　慣性モーメントが減るので回転エネルギーは減る

2.3 運動量と角運動量　の復習

・ **力のモーメント**

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} yF_z - zF_y \\ zF_x - xF_z \\ xF_y - yF_x \end{pmatrix}$$

$$N = F\,l = F\,r\sin\theta$$

角運動量

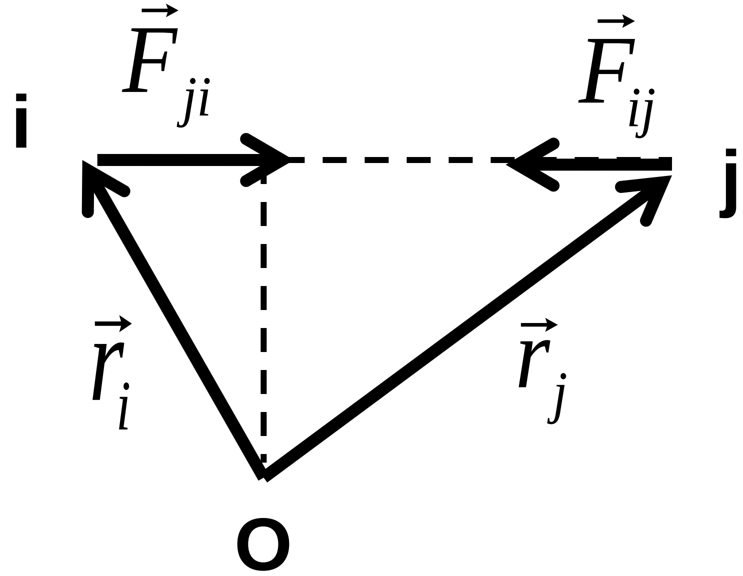
$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad \vec{F} = \frac{d\,\vec{p}}{d\,t}, \quad \vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad \frac{d\,\vec{l}}{d\,t} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (2.21)$$

$$\frac{d\,\vec{l}_1}{d\,t} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{21} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{31} + \ldots$$

$$\frac{d\,\vec{l}_2}{d\,t} = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{12} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{32} + \ldots \qquad (2.35)$$

$$\frac{d\,\vec{l}_3}{d\,t} = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{13} + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{23} + \ldots$$

……………………………………………………



$$\vec{r}_i \times \vec{F}_{ji} + \vec{r}_j \times \vec{F}_{ij} = 0$$

$$\left(\vec{r}_i - \vec{r}_j\right) \times \vec{F}_{ji} = 0$$

$$\therefore \vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}, \quad \vec{r}_i - \vec{r}_j \mathbin{/\!/} \vec{F}_{ji}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i \qquad (2.38)$$

質点系の全角運動量の時間的変化の割合は，その系にはたらく外力のモーメントの総和に等しい．

角運動量保存則

$$\vec{L} = \vec{L}_G + \vec{L}'$$

$$\vec{L}_G = \vec{R} \times M\vec{V}$$

$$\vec{L}' = \sum_i m_i \vec{r}_i' \times \vec{v}_i$$

$$\frac{d\,\vec{L}_G}{d\,t} = \vec{R} \times M\dot{\vec{V}} = \sum_i \vec{R} \times \vec{F}_i \qquad (2.40)$$

$$\frac{d\,\vec{L}'}{d\,t} = \sum_i \vec{r}' \times \vec{F}_i \qquad (2.41)$$

2.7　剛体とそのつりあい

・剛体　　実在の固体は多少は変形するのであるが，これを理想化して全く変形しない物体を想定する.

・内部運動が起きない系.

・並進運動と回転運動だけ

・剛体のつり合いの条件（平衡条件）

$$\sum_i \vec{F} = 0$$

$$\sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0$$

（例）

一様でまっすぐな棒（長さ2a，質量M）の一端Aを鉛直な粗い壁に垂直にあて，棒の途中の点C（AC＝b）に長さlの糸をつけて，Ａの真上の点Dに引っ張っているとする．このときＡではたらく力と，糸の張力Ｓはどうなっているのか考えよう．

未知数はF，R，Ｓを求める．

水平方向の力のつり合い　$S\sin\theta = R$

鉛直方向の力のつり合い　$S\cos\theta + F = Mg$

Ａ点の周りのモーメントのつり合い　$aMg = bS\cos\theta$

$$S = \frac{alMg}{b\sqrt{l^2 - b^2}}$$

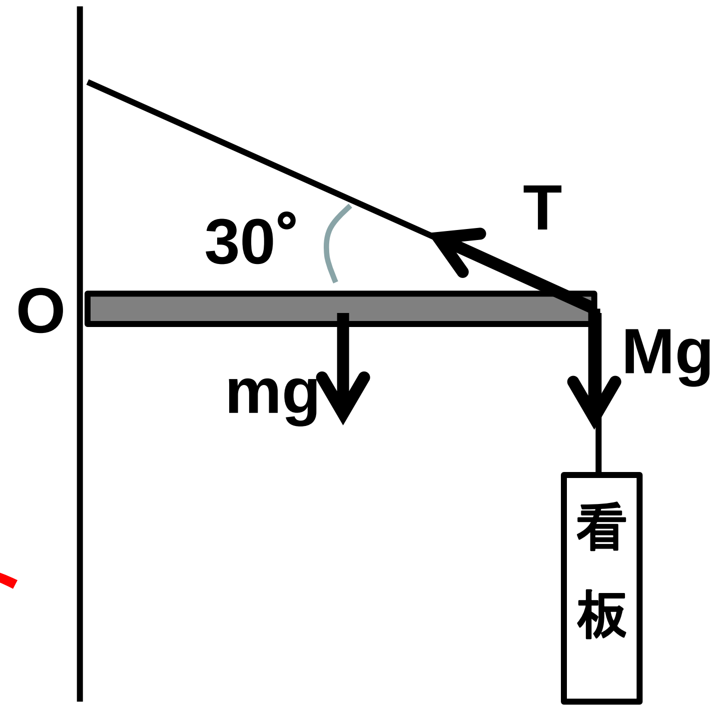
$$R = \frac{aMg}{\sqrt{l^2 - b^2}}$$

$$F = \left(1 - \frac{a}{b}\right)Mg$$

宿題2

角度30度で質量10kgの看板をつるす。均質な鉄の棒の質量は6kgで、長さはLである。支えるロープにかかる張力はいくらか？

ヒント　O点を中心とするトルクを考えよ



締切：　2013年12月10日（火）正午まで

提出先：　3417室ポストまで

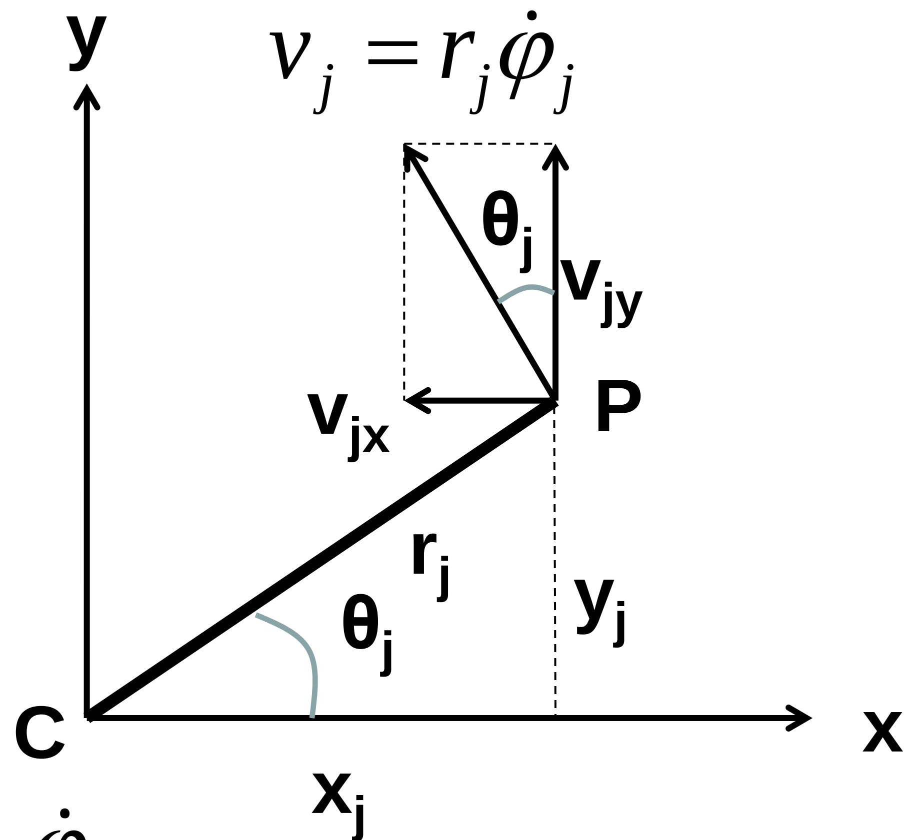
動画だからわかる物理　鈴木ほか　丸善

2.8　固定軸の周りの剛体の運動

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum_i \left(x_i F_{iy} - y_i F_{ix} \right) \quad (2.44)$$

・剛体を細分して，j番目の質量をm_j，位置Pを（x_j，y_j，z_j）とする．Pからz軸に下した垂線をPCとすると，PはCを中心として角速度 $\dot{\varphi}$ で円運動している。



$$v_{jx} = -y_j\dot{\varphi}$$

$$v_{jy} = x_j\dot{\varphi}$$

$$l_{jz} = m_j\left(x_j v_{jy} - y_j v_{jx}\right) = m_j r_j{}^2\dot{\varphi}$$

$$v_{jx} = -y_j \dot{\varphi}$$

$$v_{jy} = x_j \dot{\varphi}$$

$$I = \sum_j m_j r_j^{\,2} \qquad (2.45)$$

慣性モーメント

$$L_z = I \frac{d\varphi}{dt} \qquad (2.46)$$

剛体の回転角	φ	$\leftrightarrow$	質点の位置	x
剛体の角速度	$\dot{\varphi}$	$\leftrightarrow$	質点の速度	$\dot{x}$
剛体の慣性モーメント	I	$\leftrightarrow$	質点の質量	m
剛体の角運動量	$I\dot{\varphi}$	$\leftrightarrow$	質点の運動量	$m\dot{x}$
方程式	$I\ddot{\varphi} = N_z$	$\leftrightarrow$	方程式	$m\ddot{x} = F_x$
運動エネルギー	$\frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2$	$\leftrightarrow$	運動エネルギー	$\frac{1}{2}m\dot{x}^2$