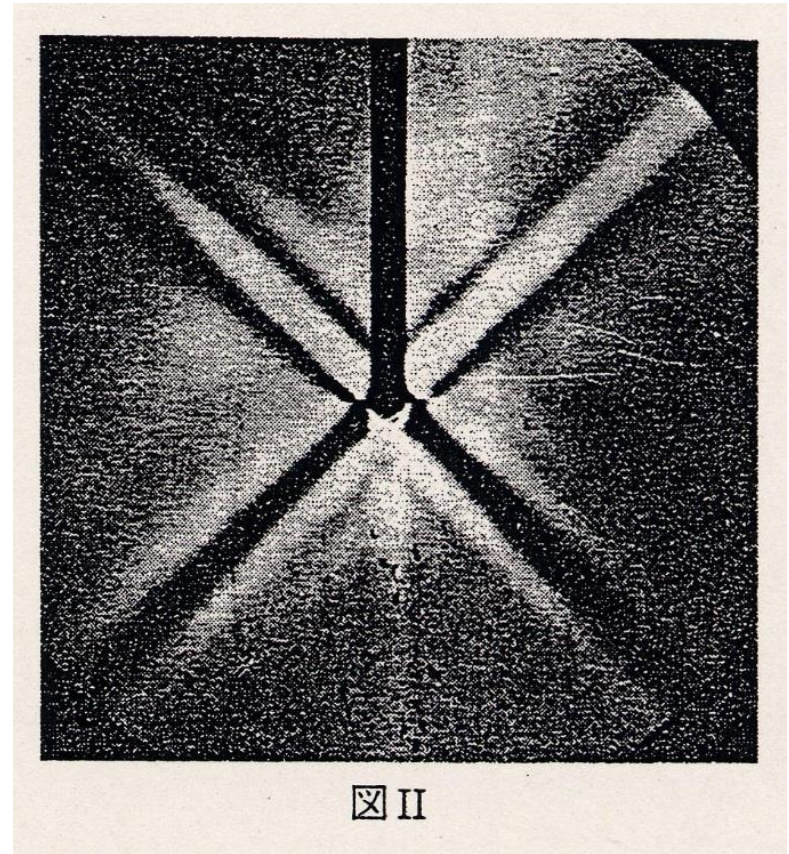
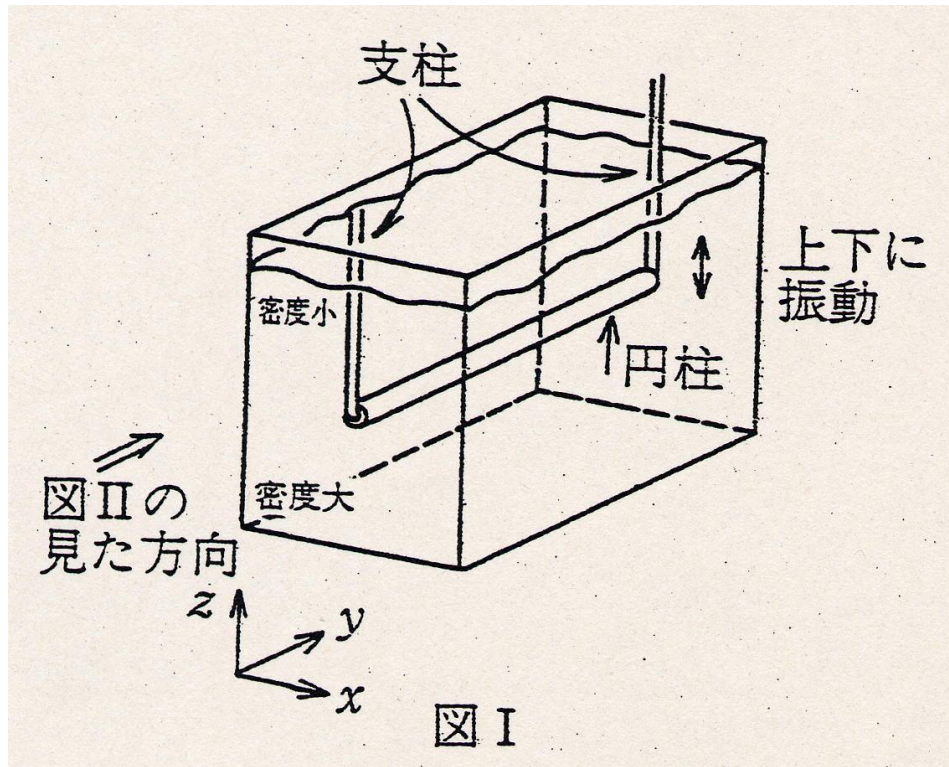


内部重力波

安定成層による復元力がある場合



密度成層は鉛直方向に一様に変わっていて、安定度は一定とみなせる

第9回資料

内部重力波の実験ビデオ



周波数: 8



周波数: 6

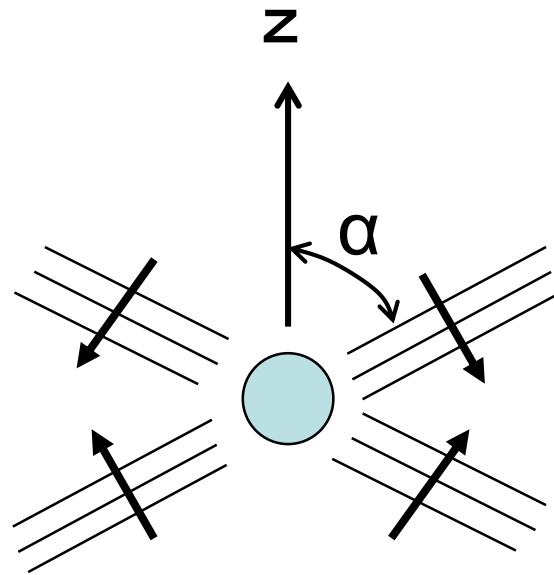


周波数: 4



周波数: 3

①



波面の進む方向

②

$$\begin{array}{ll} \frac{\omega}{N} \rightarrow 0 & \alpha \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ \frac{\omega}{N} \rightarrow 1 & \alpha \rightarrow 0 \end{array}$$

振動の周期を小さく(大きく)すると角度 α は大きく(小さく)なる

$$\omega = N \cos \alpha$$

どうしてこうなる？

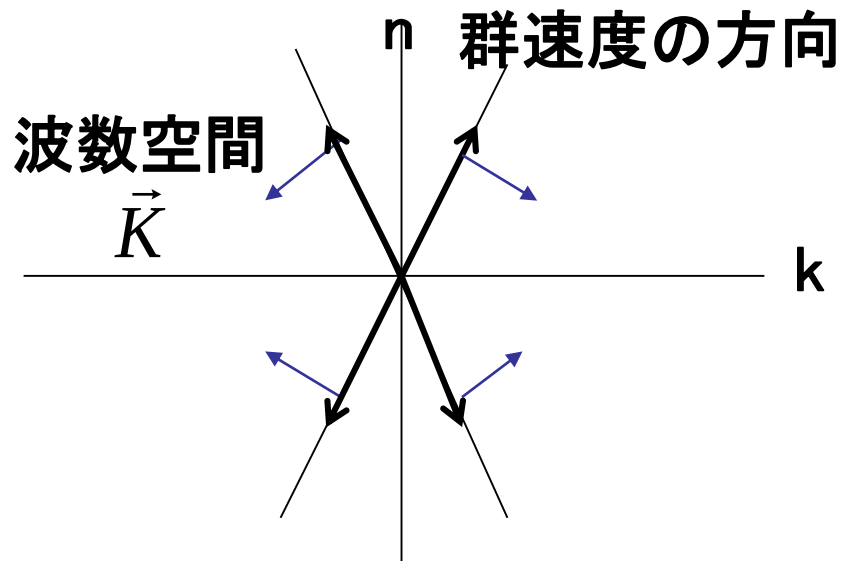
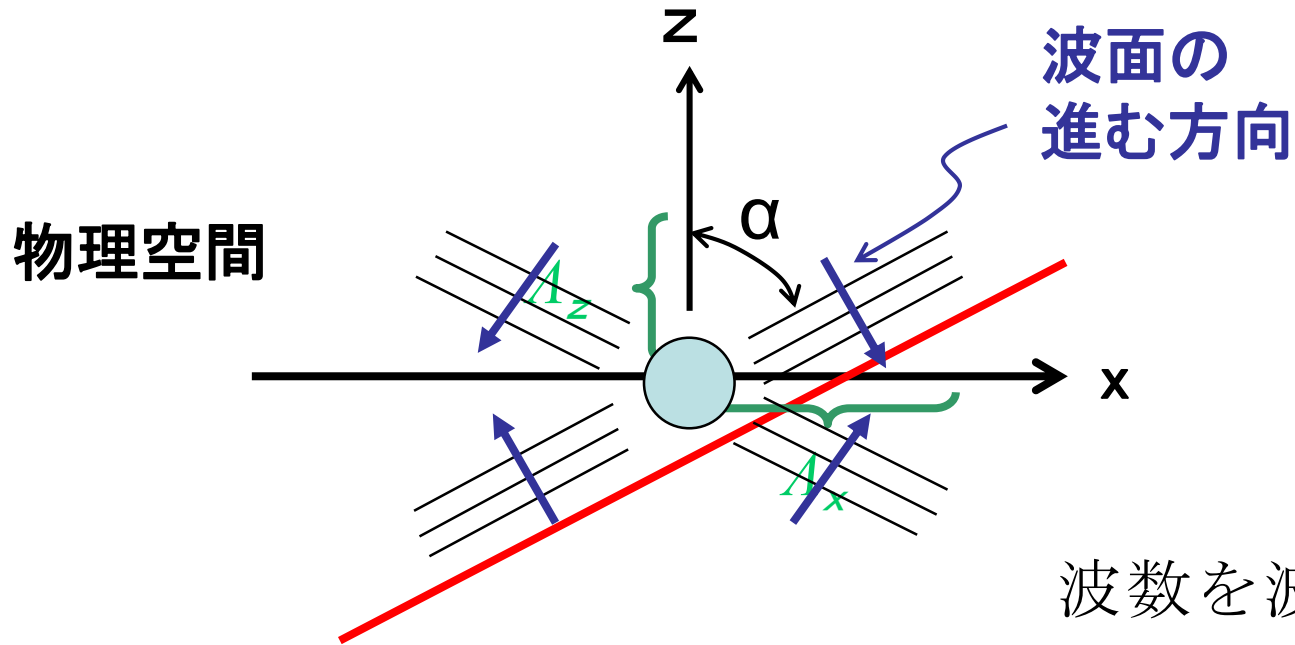
分散関係 (k、 ω)との関係 $\omega = \pm \frac{k N}{\sqrt{n^2 + k^2}}$

$$\Rightarrow \omega = \pm N \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{k}{\sqrt{n^2 + k^2}}.$$

振幅の伝搬に関する群速度と位相速度の関係

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial k} &= \frac{n^2 N}{(n^2 + k^2)^{3/2}}, \\ \frac{\partial \omega}{\partial n} &= \frac{-n k N}{(n^2 + k^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{k} \cdot \vec{c}_g &= k \frac{\partial \omega}{\partial k} + n \frac{\partial \omega}{\partial n} \\ &= \frac{k n^2 N}{(n^2 + k^2)^{3/2}} + \frac{-n^2 k N}{(n^2 + k^2)^{3/2}} = 0 \end{aligned}$$

ベクトルのk と c_g は直交する！



波数を波長に直すと

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{N} &= \frac{k}{\sqrt{n^2 + k^2}} \\ &= \frac{2\pi / \lambda_x}{\sqrt{(2\pi / \lambda_z)^2 + (2\pi / \lambda_x)^2}} \\ &= \frac{\lambda_z}{\sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_x^2}} = \cos \alpha \end{aligned}$$

つるし雲



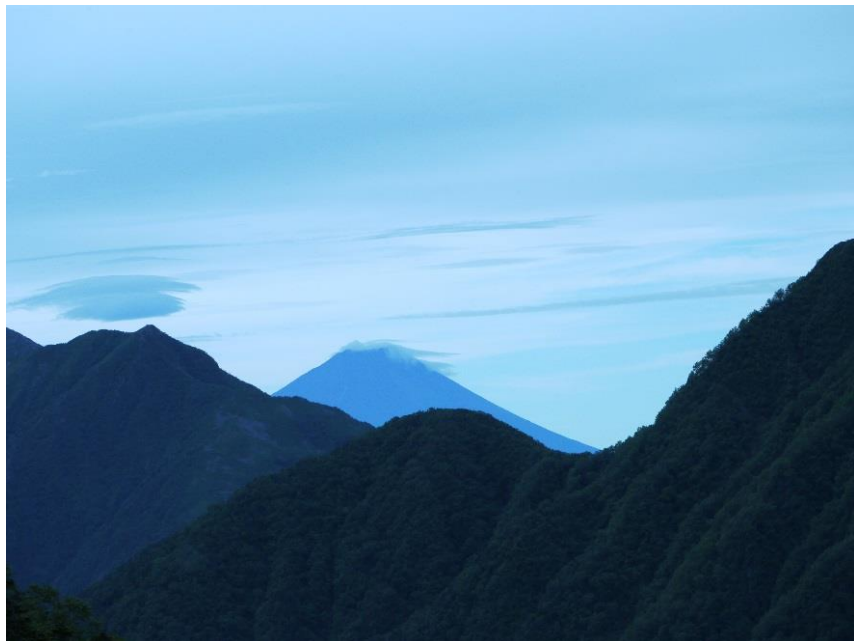
[TrueMt.Fuji \(吊るし雲\).avi](#)

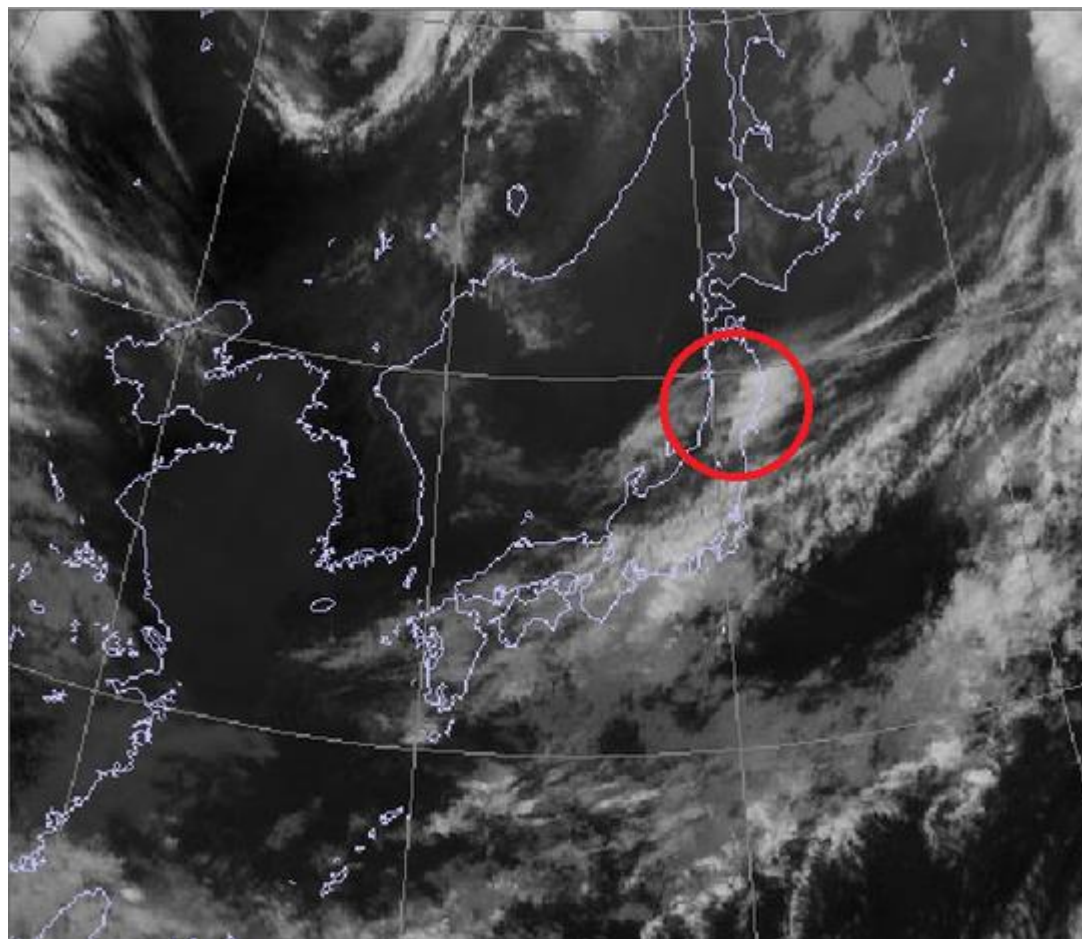
[2012年7月14日 鳴沢村](#)にて撮影 [12倍速](#)でUPLしてます。[吊るし雲](#) [山から離れた場所でも発生](#)する。これは山岳波が原因である。風が山を越えた際に、その上下運動が波となって、減衰しながらも形を保ったまま風下側に流れ、定在波となって山と同じ作用を及ぼす。[吊るし雲\(つるし雲\)](#)と呼ばれることが多いほか、[ロール雲](#)、[ロータ...](#)

2012年07月14日再生回数 1053

インターネットより

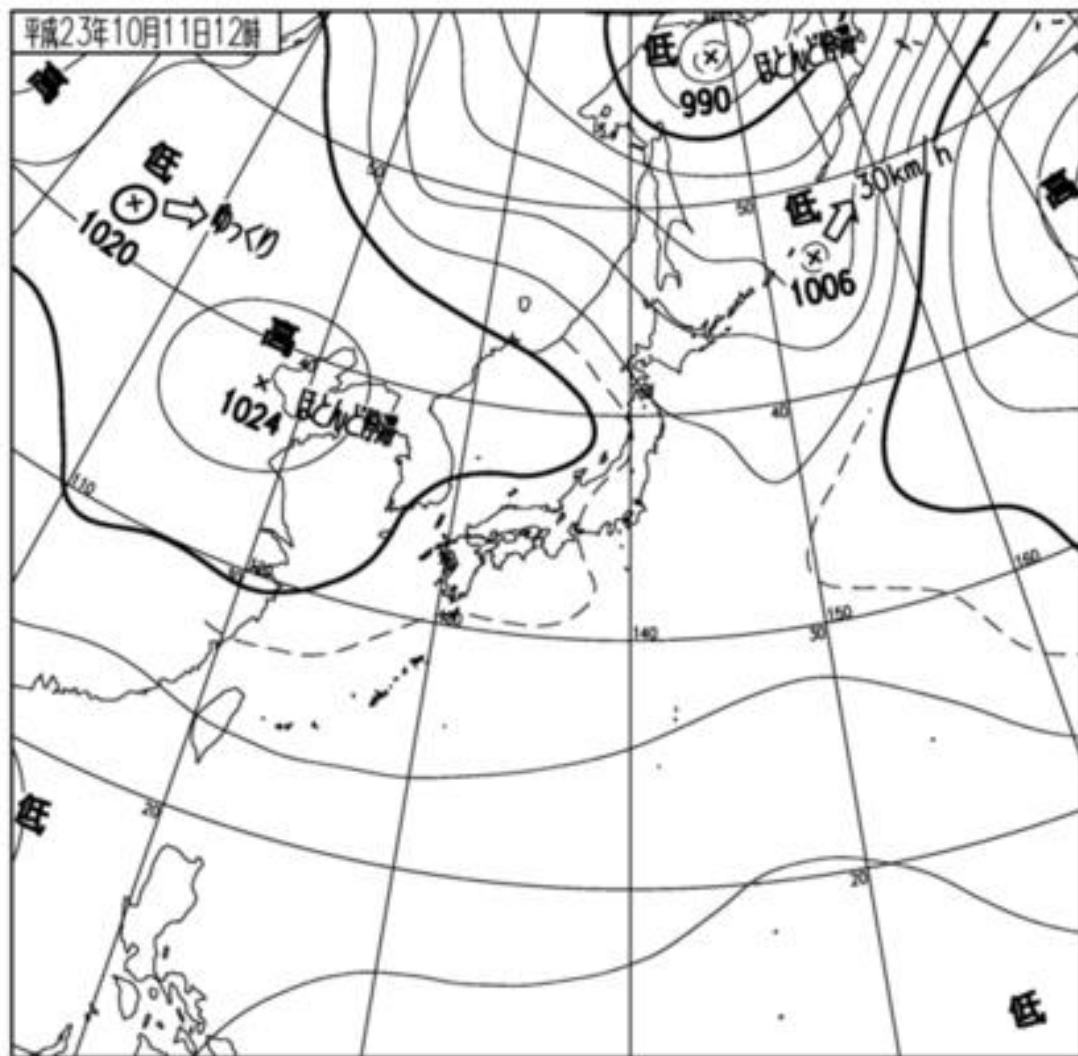
山岳波





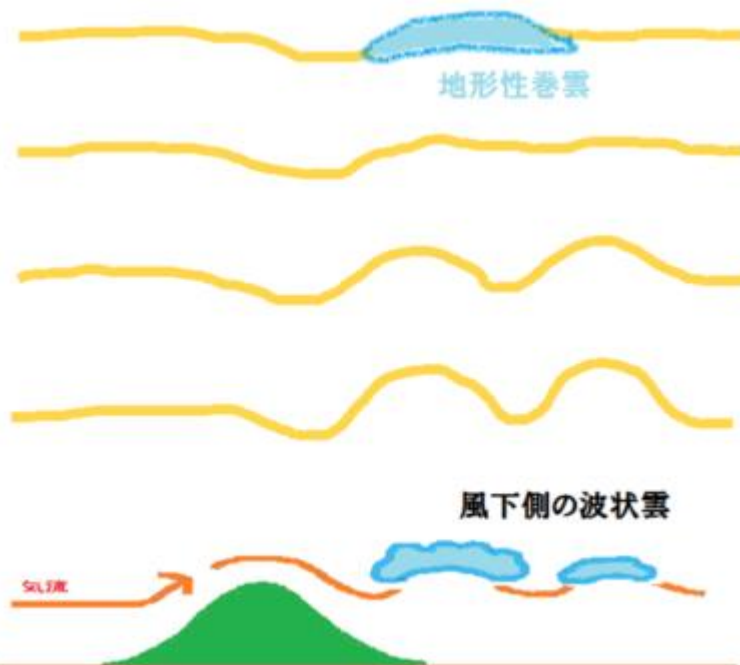
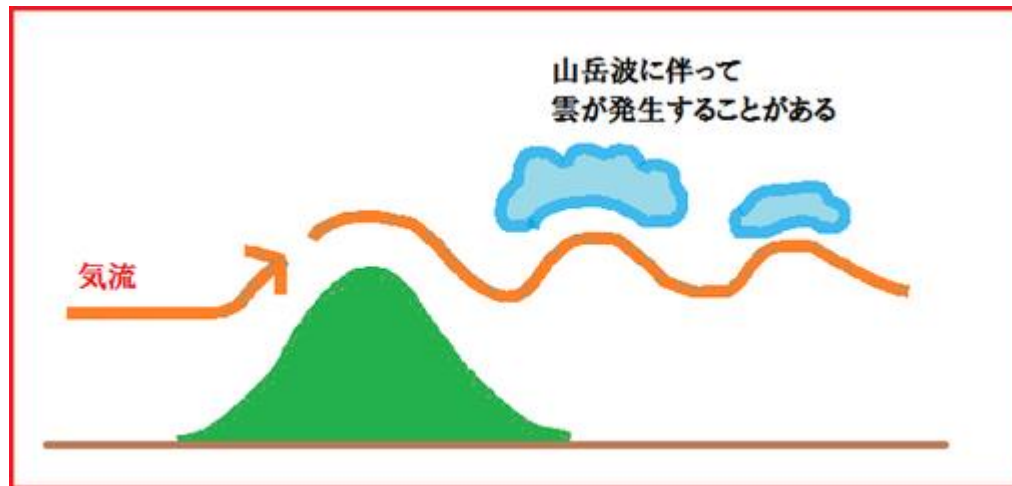
山岳波の例
赤マルでくくった部分、
一直線に雲が切れて
日本海側は晴れ
太平洋側は曇りに
なってる。10月11日
午後の赤外画像

(インターネットより)



2011年10月11日 21時の地上天気図

東北地方の太平洋側は高気圧に覆われてきて晴れる！というシナリオだったが、一日中雲が取れなかった。





「環境流体力学」のシラバス(修正)

(第1回) 流体とはなにか？

(第*回) 講義で用いる物理・数学の復習

(第*回) 流体の運動方程式の導出

(第*回) 波動・・・音波・表面波・重力波

(第*回) 対流現象

(第*回) カオス

(第*回) 回転流体の室内実験

地衡風・温度風・傾圧不安定波・ロスビー波

(第*回) 流れのシア不安定

(第*回) 海洋

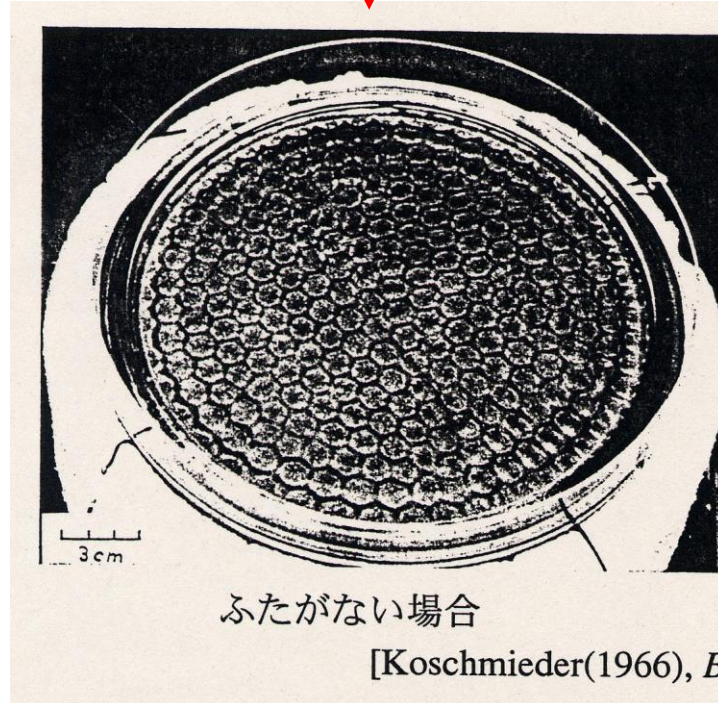
(第15回) まとめ

* 講義の進行の都合により、テーマがずれることがある。

対流

- ・ 熱の伝達方法の放射、伝導、対流のうちの一つ
- ・ 流体の運動を駆動する源
- ・ 対流が起こることにより、不安定成層が中立になる
 - * 大気 … 鉛直対流
水平対流
 - * 海洋 … 中高緯度での大気からの冷却により
対流が発生 ⇒ 深層循環

ベナール対流



ふたがない場合

レーリー対流



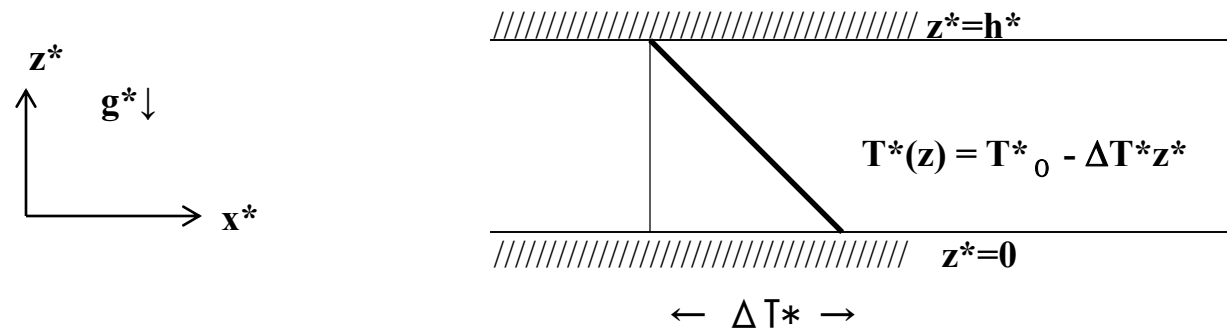
ふたがある場合

[Koschmieder(1966), Beitr. Phys. Atmos., 39, Fig1, 2]

- ・ふたがあるなしで対流のパターンが異なる.
 - * ふたなしの場合は六角形セル解
 - * ふたありの場合は二次元ロール解
- ・ベナールの実験から求めた臨界値とレーリーの理論から求めた臨界値が一致しない。ベナール対流がレーリー対流より小さな R_{ac} を持つ。

レイリー対流 Rayleigh

- ・ 水平方向に無限に一様に広がる作業流体を考える
- ・ 作業流体の物質常数は温度によらず一定である
- ・ 上下の温度差は時間的に一定である
- ・ 流体内部では相変化などはない



支配定数(*: 次元量を表す)

g^* : 重力加速度、 h^* : 流体層の厚さ、 T^*_0 : 平均温度、 ΔT^* : 上下の温度差

ρ^*_0 : 流体密度、 k^* : 流体の温度伝導係数、 ν^* : 流体の動粘性係数

ここでは、次元量に*をつける。しかし
場合によっては上付きであったり下付き
であったりするので、注意！

◎Rayleigh対流に出てくる無次元パラメーター:

11

$$Prandtl\ number: Pr = \frac{\nu_*}{\kappa_*}, \quad Rayleigh\ number: Ra = \frac{g_* \Delta T_* h_*^3}{\kappa_* \nu_* T_{0*}}$$

この二つのパラメータでRayleigh対流の全てが分類できる.

◎線型論: 右辺を0にする. $(x) \rightarrow (x, y)$

$w'(x, y, z) = \phi(x, y) \cdot g(z) \cdot \exp(\sigma t)$ とおくと

水平成分

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0,$$

鉛直成分

$$\left[(D^2 - k^2 - \sigma)(D^2 - k^2 - Pr^{-1} \sigma)(D^2 - k^2) + Ra k^2 \right] g = 0,$$

where $D = \frac{d}{dz}$.

* 上下の境界条件がslipで断熱の場合

$g(z) = \sin(n\pi z)$ 、 $n = \text{整数}$ → $\sin(\pi z)$ とする.

$$\left[(\pi^2 + k^2 + \sigma)(\pi^2 + k^2 + Pr^{-1} \sigma)(\pi^2 + k^2) - Ra k^2 \right] = 0.$$

$$\text{When } \sigma = 0, Ra = \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2}.$$

$$\Rightarrow Ra_c = \frac{27}{4} \pi^4 \approx 657, k_c = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \approx 2.22$$

・ Ra が大きいほど不安定: ΔT

・ Ra を増やすのは h の効果もある

表 3.1 異なる境界条件のもとでの臨界レイリー数とベナール・レイリー型対流細胞の大きさ

	Ra_c	k_c	$l_c/h=2\pi/k_c$
上下両面摩擦なし	657.5	2.22	2.83
一方が摩擦なし, 他方が摩擦あり	1,101	2.68	2.34
上下両面摩擦あり	1,708	3.12	2.02

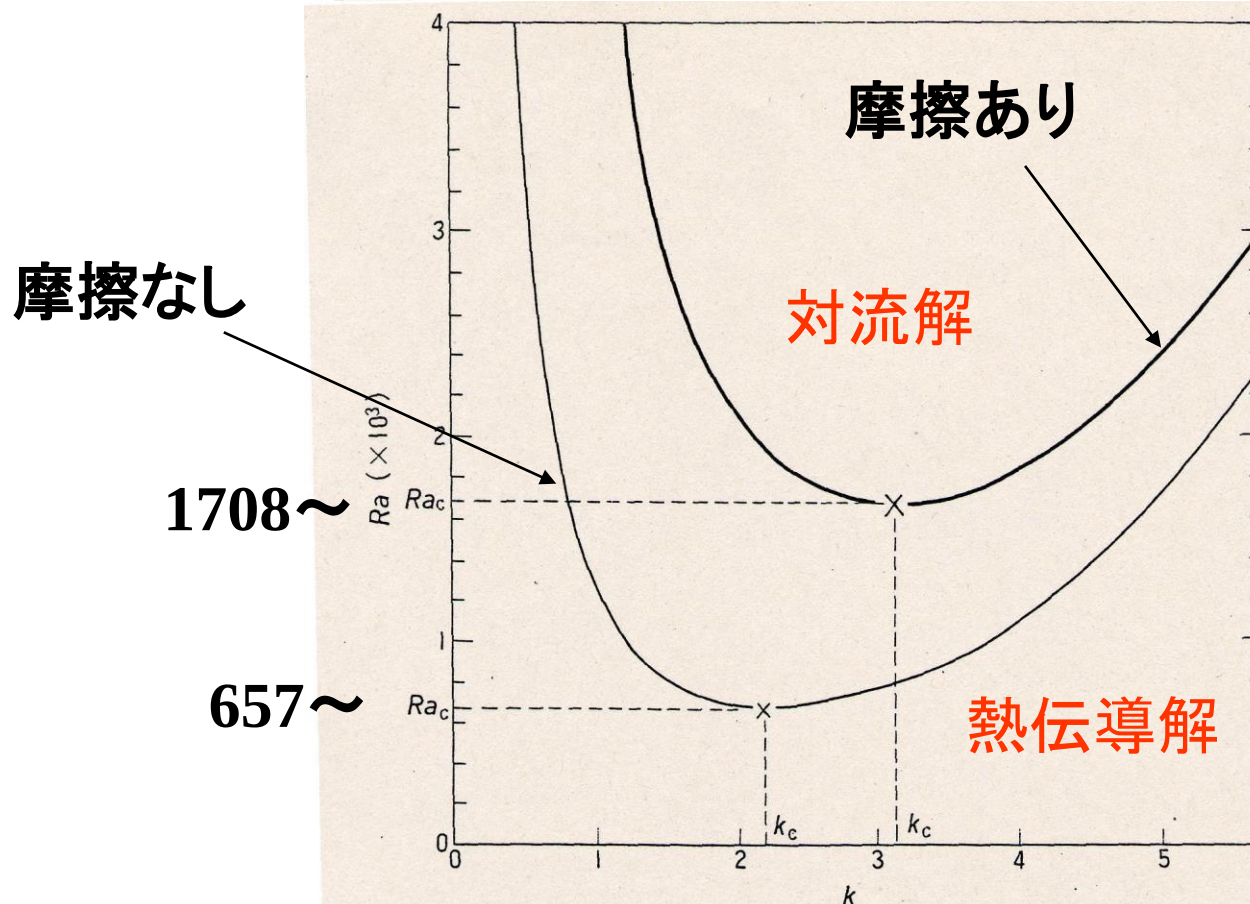
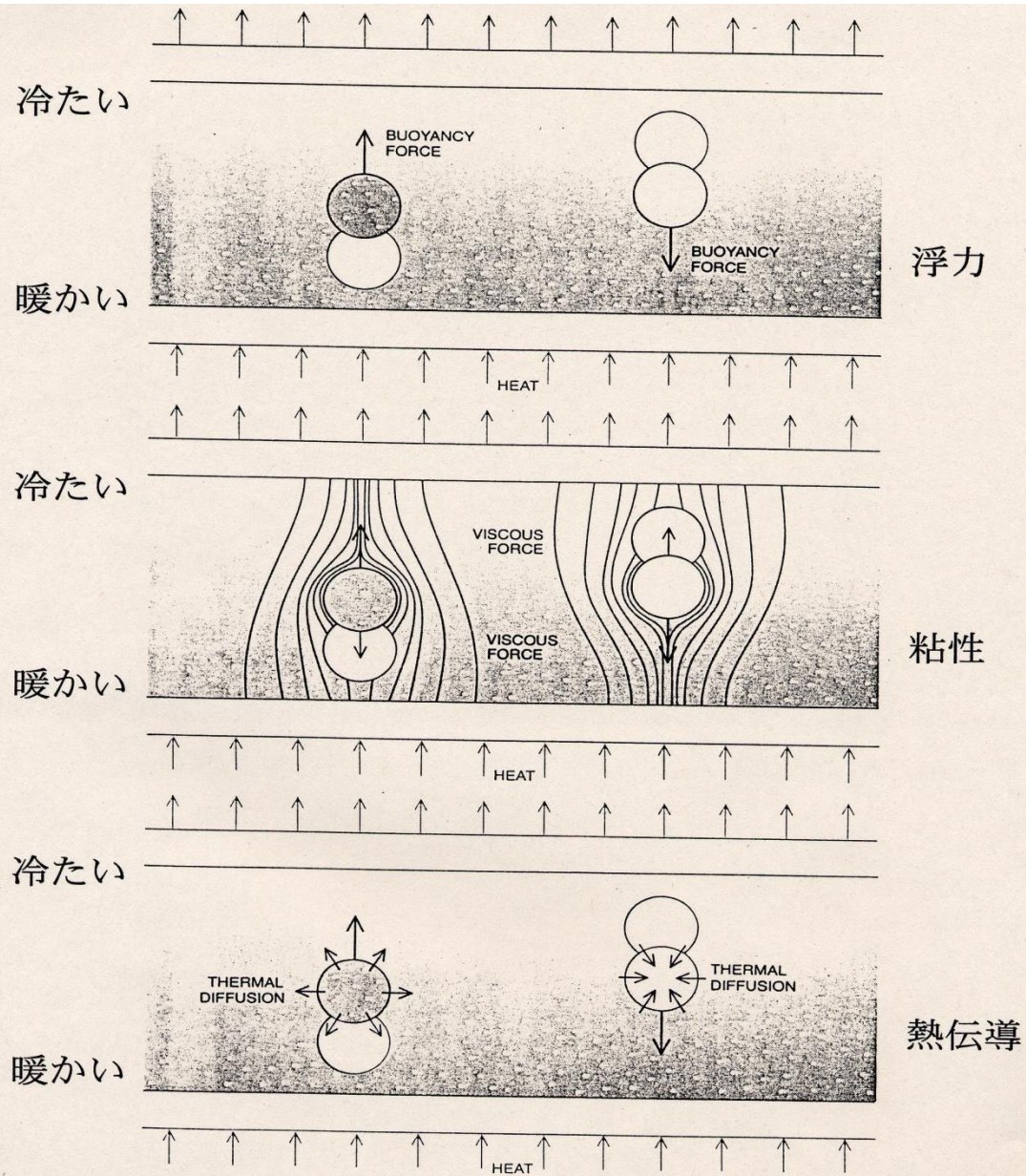


図 3.11 対流の安定度曲線. 上下両境界面で摩擦力が作用しない場合を細実線で, 摩擦力が作用する場合を太実線で示す. $\times$ 印はそれぞれの臨界レイリー数 Ra_c とそのときの擾乱の波数 k_c である.

(浅井)

$$Ra = \frac{g * \Delta T * h^3}{k * \nu * T_0} = \frac{g * \Delta T * / T_0 h^3}{k * \nu}$$

= $\frac{\text{浮力 (対流を起こそうとする力)}}{\text{粘性・熱伝導 (対流を抑える力)}}$



[M. G. Velarde and
C. Normand(1980),
Sci. American]

生物対流

- ・鞭毛藻(べんもうそう)と呼ばれる植物プランクトンは上部についた鞭毛を動かし泳ぐことができる。
- ・比重が1よりやや重くて、泳いでないと沈んでしまう
- ・本能的に水面に向かって泳ぐ習性がある



- (a)水槽の中にこのプランクトンを入れてかき混ぜる
 - (b)放置すると、プランクトンは水面に向かうので、水面近くにたくさんのプランクトンが集まる
 - (c)プランクトンは比重が1より大きいいため、水面近くの水とプランクトンの混ざった部分は、その下側よりも重くなる
- ⇒ 静的には不安定となり、対流が生じる

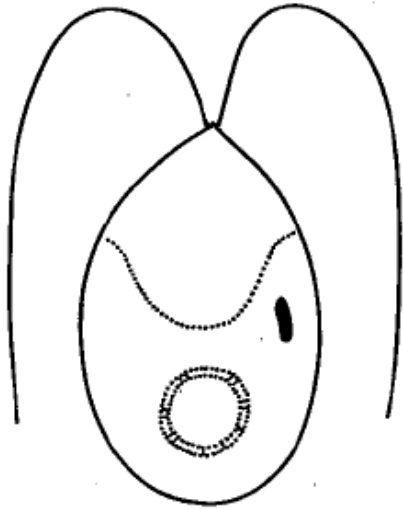
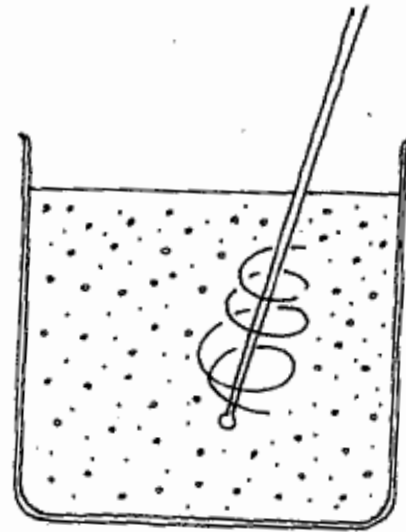
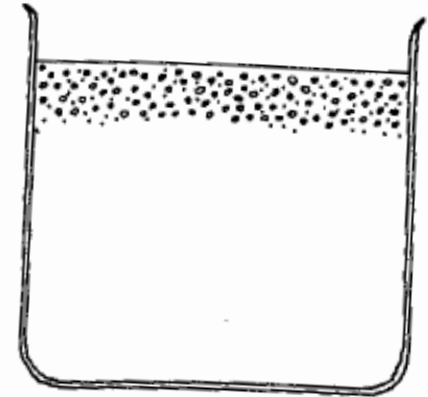


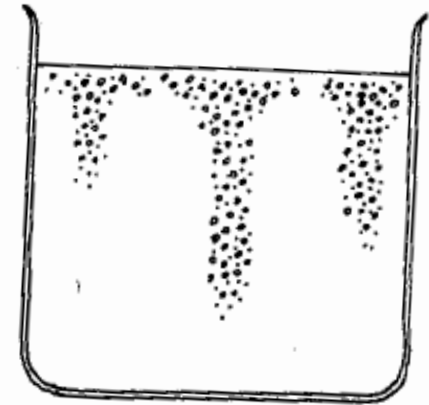
図11 3000 倍に拡大した鞭毛藻のスケッチ
(ドゥナリエラ・サリナ)



(a)



(b)



(c)

図12 鞭毛藻を入れた水槽をかきまぜてから放置すると生物対流が生じる

一億総中流化をめざす
日本の社会の構図？

粉体の力学

・流体と共通な点：

- (1) 小さくてお互い力を及ぼしあう …… **近接作用**
- (2) たくさんの粒子があり、特定のスケールを持たない
- (3) 流れる

・流体と異なる点：

- (1) 個々の粒子は固体として認識できる
- (2) 粒子は奇妙な性質をもつ
 - 種類の異なる粒子を一緒くたにして振ると、混ざり合うこともあれば、分離してしまうことがある
 - 砂山の下での圧力が最も小さいのは、山の最も高いところ
 - 背の高い砂の柱の底辺にかかる圧力は、柱の高さにかかわらず一定 ⇒ 砂時計が優秀な計時器なわけ

地中の水が季節に
よって氷結と解氷を
繰り返すことによる
循環流の存在

六角形の セルパターン

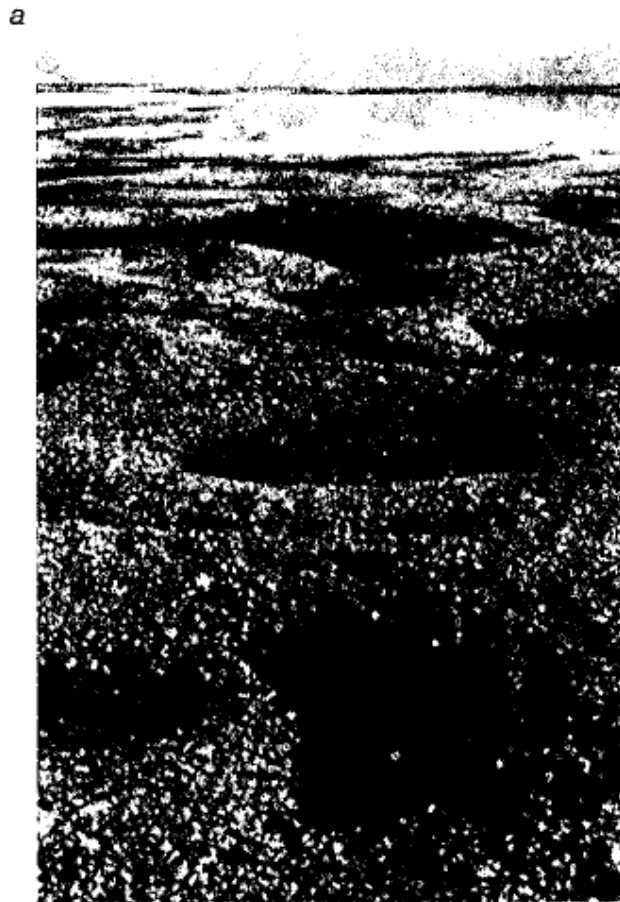


図 3.16 北方のツンドラ（凍土帯）では、地中の水の氷結と解氷が原因で対流の流れが生じる。冷水の密度が温度変化とともに変わるからだが、こうした現象はほかではおよそ見られない。この循環のしるしは、地表の石の多角形セルに見ることができる。たとえばノルウェーのスピッツベルゲン島西部のブロッゲンハルヴォイア半島にある石のリング (a) や、アラスカのタングルレイクス地方の縞模様 (b) など。(Photos: a, Bill Krantz, University of Colorado; b, from Kessler and Werner, 2003.)

P.ボール 流れ より

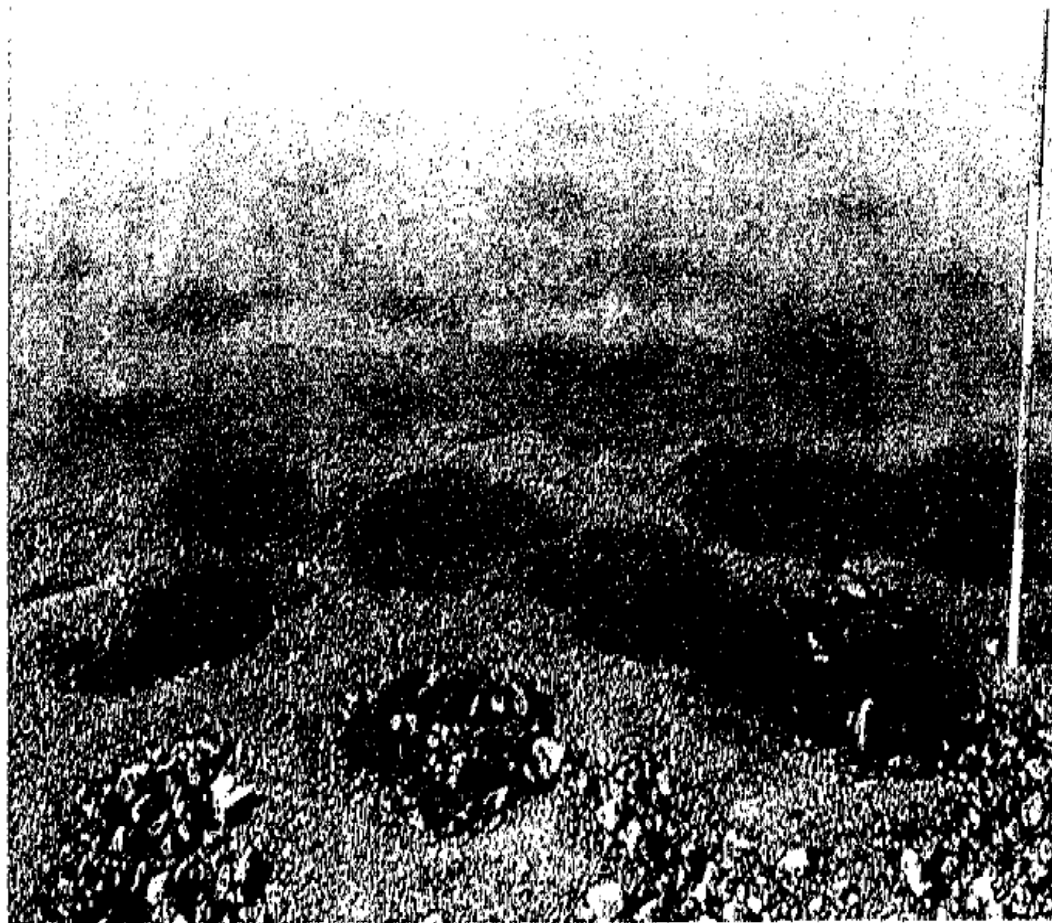


図 3.18 ノルウェーの湖のほとりで地下水が氷結と解氷を繰り返すことによって生じた対流セルが、湖底の岩石に描き出されている。(Photo: Bill Krantz, University of Colorado.)

- ・地中の温度は地表ほど温度が高い
- ・水の密度は4°Cが最大であるので、0°Cから4°Cの間で不安定な成層となる。
- ・透過性のある多幸質の土壌を通して対流が発生する

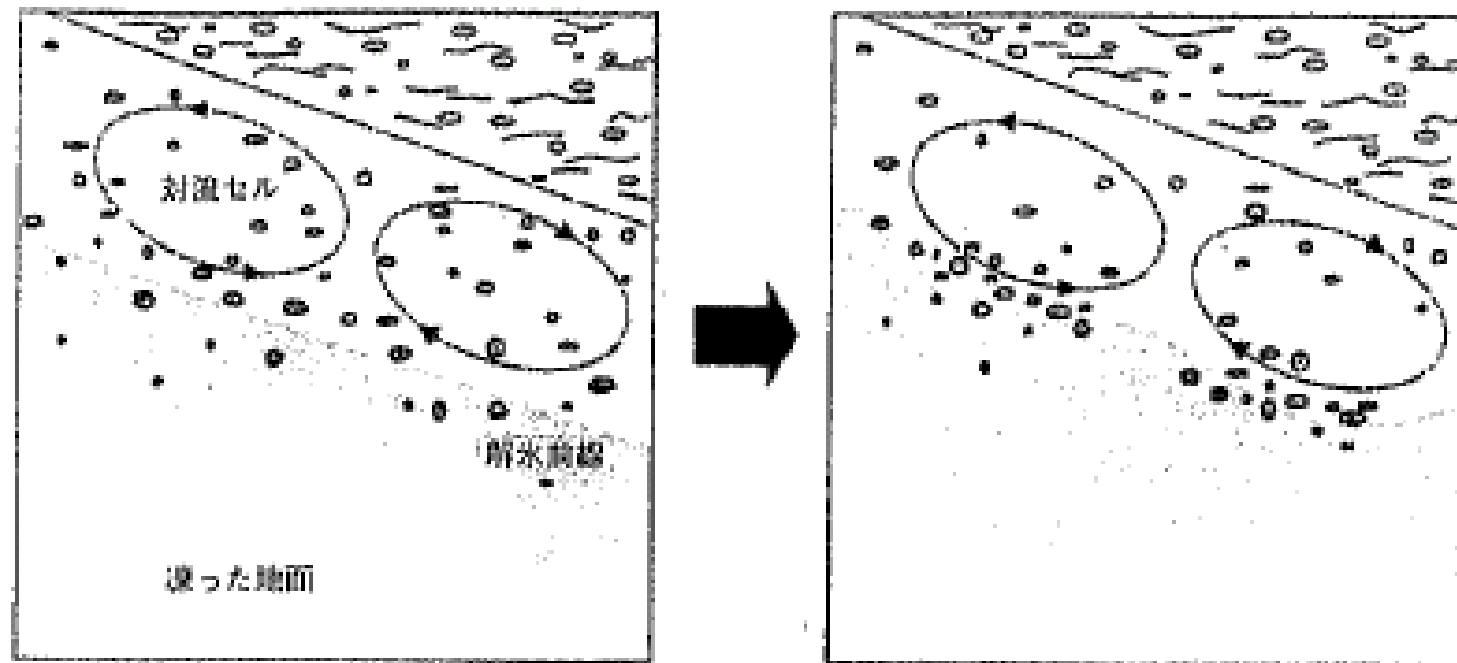


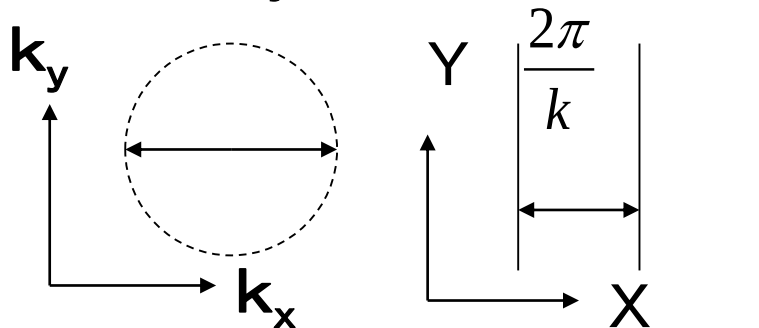
図 3.17 対流セル内の水が土壌を通して循環すると、そのパターンが、まだ凍っている土のすぐ上の「解氷前線」に転写される。解氷前線の谷間に石が集まり、それが土壌の「凍上」によって地表にもちあげられる。 P.ボール 流れ より

◎水平パターンが一意に決まらない

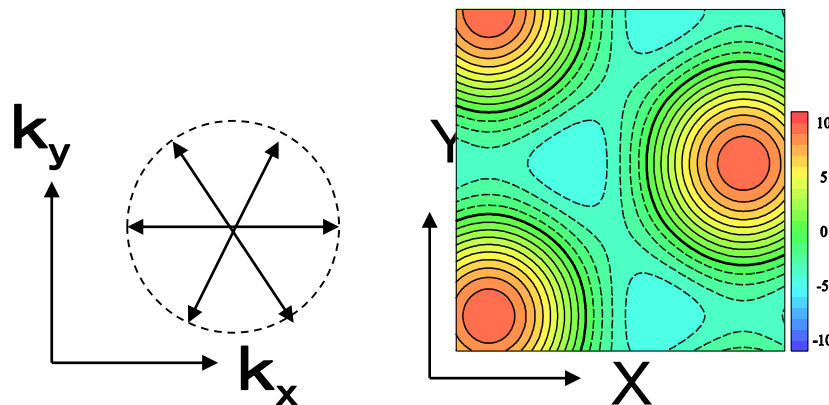
20

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0 \Rightarrow k_x^2 + k_y^2 = k^2.$$

(k_x, k_y) の組み合わせは無限個.



$\phi = \cos(kx)$. 二つのモードの振幅は
二次元ロール解 2:1となる。



$$\phi = 2 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} ky\right) \cos\left(\frac{1}{2} kx\right) + \cos(kx)$$

六角形セル解

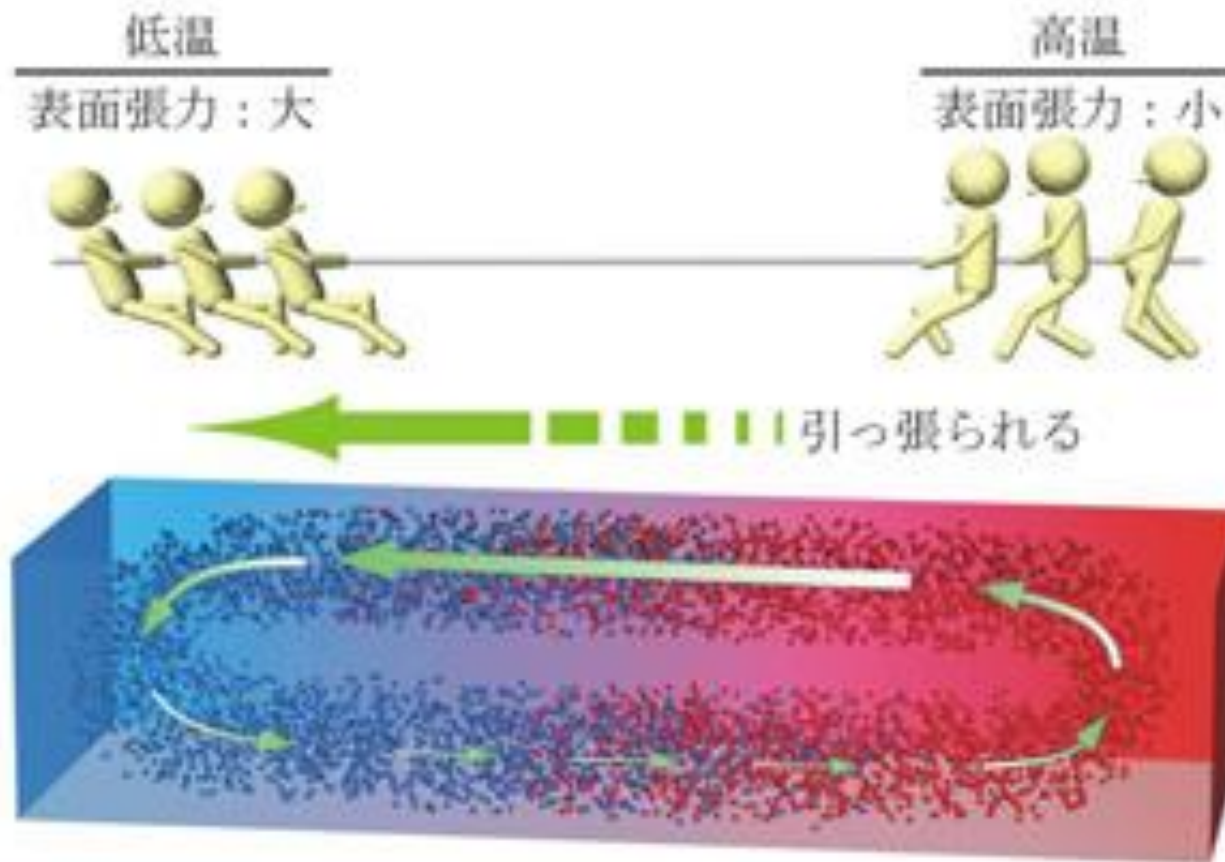
松本聡(JAXA)



味噌汁内に発生する浮力対流
(お椀の中で温められ上に浮かんで
くる部分と、表面で冷やされ沈む
部分が模様となって見えている)



「表面張力」により水の自由表面に浮く
一円玉



マランゴニ対流の発生原理

(温度差による表面張力差により表面が低温側へと引張られる液体全体の対流に発展する)

液体を上下からディスクで挿み円柱の形状(液柱と呼ぶ)を作る。この場合側面が自由表面となり、上のディスクを暖め、下のディスクを冷すと自由表面が上から下へと引かれ、流れが起こる。液柱による実験が行われる背景には、フローティングゾーン法と呼ばれる結晶成長への応用を視野に入れた基礎的な研究である。

上下のディスク間の温度差が小さい場合、静かな流れが起こる。さらにもっと大きくしてみると、対流はどんどん強くなり、突然流れのパターンが急変する。それまでは、定常的な静かな流れ(定常流)であったものが、脈を打つような時間変化を伴った流れ(振動流)へと遷移する(図6)。

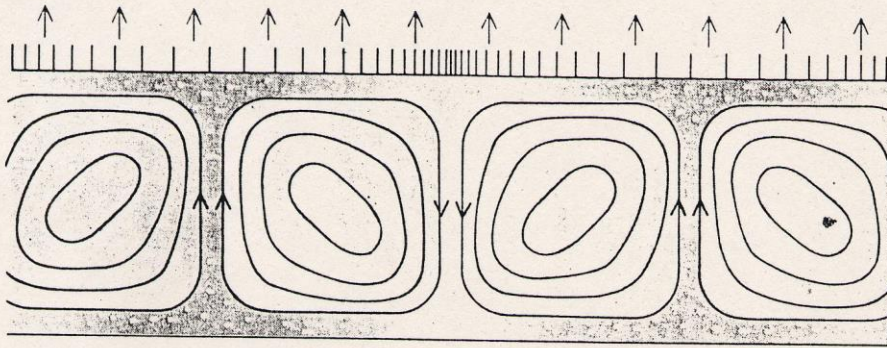
この状態は振動流と呼ばれ、結晶を育成する人々から恐れられている。すなわち、振動流状態で結晶成長を行うとききれいな結晶にならないためである。マランゴニ対流の研究では、どのような条件で振動流が起こるのかを調べ、明らかにすることである。

<http://iss.jaxa.jp/kiboexp/theme/first/marangoni/kiso.html> (動画)

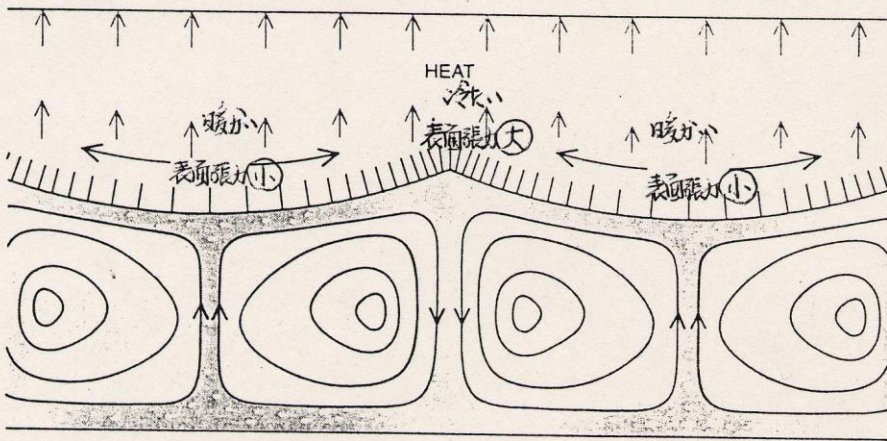
松本聡(JAXA)

・ベナールの実験から求めた臨界値とレーリーの理論から求めた臨界値が**一致しない**。ベナール対流がレーリー対流より小さな R_{ac} を持つ。

24



ふたがある場合



ふたがない場合

$$\text{surface tension } S = S_{0*} + \frac{\partial S_*}{\partial T_*} T'_*,$$

$$\text{where } \frac{\partial S_*}{\partial T_*} = \text{const} < 0.$$

$$\text{Marangoni number: } B = \frac{\frac{\partial S_*}{\partial T_*} \Delta T_* h_*}{\rho_{0*} \kappa_* \nu_*}$$

VARIATIONS IN SURFACE TENSION alter the pattern of convective transport in a fluid with a free surface. The magnitude of the surface tension varies with temperature, being greatest where the fluid is coolest. Hence any difference in temperature across the surface gives rise to a gradient in surface tension. The motionless state becomes unstable if the gradient is large enough to overcome the dissipative effects of viscosity and heat diffusion. The magnitude of the tension is represented here by the density of the hatching. Fluid is pulled along the surface toward cooler regions of greater surface tension and is replaced by warmer fluid from below.

[M.G. Velarde and C. Normand(1980), Sci. American]

表面の盛り上がりがあるふたありとなしでは異なる！

・ベナール対流とレーリー対流との相違

→ 鉛直方向の場の違いによる

* 上にふたがある場合、基本場は上下方向に差はない,

→ 二次元ロール解が発現.

* 上にふたがない場合、基本場が上下方向にひずんでいる.

→ 六角形セル解が発現.

* 物質定数が温度依存性がある場合や鉛直方向に温度分布が直線からひずんだ場合の実験では、六角形セルが実現する.